

# Молодежная школа-семинар "Навигация и управление движением" (NMC-2025)



20–24 августа 2025 г.

---

Москва, Сколково, Россия

При поддержке:

- Общественного объединения «Академия навигации и управления движением»
- АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
- Сколковского института науки и технологий (лаборатория надежного, адаптивного и доверительного Искусственного Интеллекта)
- Университета ИТМО
- Санкт-Петербургского отделения РАН
- Научного совета по теории и процессам управления при ОЭММиПУ РАН
- Санкт-Петербургской группы Российского Национального комитета по автоматическому управлению

*В сборник докладов школы-семинара «Навигация и управление движением»  
(Navigation And Motion Control, NMC-2025) включены доклады молодых  
авторов.*

**Международная школа-семинар NMC-2025**  
**«Навигация и управление движением»**  
20-24 августа 2025 г.

**Заседание 1. РОБОТОТЕХНИКА**

1. **И.С. Архипов, В.А. Ерофеева, О.Н. Граничин, В.А. Киселев, А.О. Чернов**  
Полуцентрализованный подход к поддержанию формации группы роботов.....6
2. **Н.А. Ковалев, А.В. Губа, В.Б. Казанцев**  
Анализ динамических режимов конечности, управляемой мышечной силой.....9
3. **И.В. Митин, И.А. Потапов, А.И. Жаринов, С.А. Лобов, В.Б. Казанцев**  
Рыбоподобный робот: конструкция, система сенсоров, управление.....12
4. **И.В. Митин, И.А. Кастальский, В.Б. Казанцев**  
Орнитоптер с регулируемыми параметрами взмахов: конструкция, численное моделирование и эксперимент.....15
5. **А.И. Жаринов, И.А. Потапов, С.А. Лобов**  
Исследование эффективности применения мышечного компонента в нейрональных системах для управления биологоподобным роботом-змеёй.....18
6. **В. Халид, В.Б. Казанцев (W. Khalid, V.V. Kazantsev)**  
Динамика подъемной силы и силы тяги машущего крыла при взлете (Dynamics Of Lift Of A Flapping Wing During Takeoff) .....21
7. **В. Халид, В.Б. Казанцев (W. Khalid, V.V. Kazantsev)**  
Оценка аэродинамических характеристик крыла с использованием четырехгранных и шестигранных сеток: исследование скользящих и динамических сеток (Aerodynamic Performance Evaluation Of Wing Dynamics Using Tetrahedral And Hexahedral Meshes: A Sliding And Dynamic Mesh Study) .....24
8. **У.В. Акимченко**  
Решение задачи переориентации малогабаритного космического аппарата с помощью линеаризации обратной связью .....27
9. **В.С. Тюльников**  
Исследование алгоритма многопутевой маршрутизации в сетях с ускоренной доставкой сообщений.....30
10. **Н.В. Михальков**  
Адаптивное компенсационное управление для класса систем с нелинейным генератором возмущений .....33
11. **И.А. Ульченко, М.С. Глушков, Д.С. Дробот, Д.В. Хажеев, Н.А. Волков, А.А. Белканов**  
Об опыте разработки математических моделей динамики движения судна в акционерном обществе «Концерн «Моринсис-Агат» .....36

**Заседание 2. ПРИБОРЫ НАВИГАЦИИ**

12. **В.В. Чалков**  
Анализ методов обратной связи для стабилизации процессии магнитного момента в квантовых датчиках вращения.....40
13. **А.Н. Шевченко, М.А. Власова**  
Исследование зависимости характеристик сигнала квантового МХ-магнитометра от его ориентации при имитации геомагнитного поля в магнитном экране .....43

<b>14. А.С. Завитаев, М.И. Евстифеев</b>	
Теоретические и экспериментальные исследования оптической и магнитной систем квантового датчика вращения.....	46
<b>15. Е.А. Якушина, С.Г. Романенко</b>	
Методика калибровки коэффициентов модели погрешностей узла автокомпенсации измерителя малых углов наклона .....	49
<b>16. М.Д. Кузнецова, И.Р. Гогорев</b>	
Скользящий наблюдатель в задаче повышения точности работы системы стабилизации оси оптической глассиды .....	51
<b>17. Д.И. Смольянов, А.А. Голован</b>	
Методы калибровки одометрических параметров в задачах навигации и автоматического управления наземной сельскохозяйственной техники .....	55
<b>18. Р.И. Гатауллин, Ф.С. Капралов</b>	
Калибровка разнесений чувствительных масс акселерометров бескарданных инерциальных навигационных систем при произвольном развороте приборного трехгранника .....	58
<b>19. А.А. Голован, Д.И. Смольянов, Н.В. Брагин</b>	
Датчик угла поворота рулевого механизма на основе инерциальных измерительных блоков, применяемый в задачах беспилотной сельскохозяйственной техники.....	61

### Заседание 3. ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

<b>20. Ф.А. Верхоланцев</b>	
Обучение ансамблевых сетей для навигации беспилотных летательных аппаратов в условиях отсутствия данных глобальной позиционирующей системы .....	64
<b>21. И.О. Иочков, С.Г. Амосова</b>	
Аппаратно-программное обеспечение беспилотного летательного аппарата самолетного типа.....	66
<b>22. К.А. Гарамов, С.А. Лобов</b>	
Эффективность синхронизации синаптических задержек при распознавании динамических паттернов спайковыми нейронными сетями .....	69
<b>23. Е.Ю. Тарасова</b>	
Метод адаптивной оценки времени обработки задач в мультиагентной системе .....	71
<b>24. А.О. Чернов</b>	
Система для распределенного определения взаимного расположения устройств интернета вещей.....	73

### Заседание 4. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НАВИГАЦИИ И ТРАЕКТОРНОГО СЛЕЖЕНИЯ

<b>25. Д.А. Сафин</b>	
Декомпозиция алгоритмов информационной интеграции данных бесплатформенной инерциальной навигационной системы и одометра .....	76
<b>26. А.В. Брагин</b>	
О некоторых особенностях комплексирования инерциальной навигационной системы с информацией о магнитном поле земли в задаче навигации пешехода .....	80
<b>27. О. А. Степанов, А. В. Моторин, А. М. Исаев</b>	
Взаимосвязь и отличия байесовских алгоритмов оценивания и методов фактор-граф оптимизации .....	83

<b>28. М.С. Иванов</b>	
Адаптивное оценивание координат и параметров движения маневрирующего морского объекта .....	89
<b>29. В.Г. Караулов, А.М. Грузликов</b>	
Решение задачи относительной навигации в дальнем и ближнем поле .....	94
<b>30. О. А. Степанов, А.М. Исаев</b>	
Нерекуррентный алгоритм с многократной линеаризацией при решении задачи однопаяковой навигации автономного необитаемого подводного аппарата.....	99
<b>31. М.В. Курденева, Д.Х. Мухаметзянов</b>	
Исследование моделей атмосферных задержек спутникового навигационного сигнала, применимых в режиме автономной навигации.....	103
<b>32. К.А. Кузнецова</b>	
Задача определения скорости при помощи фазовых измерений приёмника сигналов глобальных спутниковых навигационных систем в стандартном режиме.....	106
<b>33. С.А. Останина, Т.А. Ульяновская</b>	
Исследование решений задачи ориентации малоразмерных беспилотных летательных аппаратов, полученных с помощью комплементарного фильтра, фильтра Маджвика и фильтра Калмана.....	109

## ЗАСЕДАНИЕ 1. РОБОТОТЕХНИКА

И.С. АРХИПОВ, В.А. ЕРОФЕЕВА, О.Н. ГРАНИЧИН, В.А. КИСЕЛЕВ, А.О. ЧЕРНОВ  
(Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург)

### ПОЛУЦЕНТРАЛИЗОВАННЫЙ ПОДХОД К ПОДДЕРЖАНИЮ ФОРМАЦИИ ГРУППЫ РОБОТОВ

*Рассмотрена задача управления строем роботов в условиях нестабильной связи. Предложена полуцентрализованная система, сочетающая централизованные команды с локальной коррекцией. Приведены результаты сравнения протоколов локального голосования и его ускоренной версии, обеспечивающих механизм локальной координации роботов.*

**Введение.** Использование групп автономных роботов (в частности, беспилотных летательных аппаратов, далее — дронов) в задачах мониторинга, картографирования и доставки грузов становится все более актуальным [1, 2]. Ключевой проблемой в этой области является поддержание строгой формации, то есть сохранение заданного взаимного расположения дронов в процессе движения, особенно при нестабильной связи. Существующие подходы к управлению можно разделить на два типа: централизованный и децентрализованный. Централизованный подход, при котором базовая станция контролирует каждого дрона, создает высокую вычислительную и коммуникационную нагрузку на управляющий центр, а его эффективность критически зависит от стабильности связи с каждым дроном. Децентрализованный, в свою очередь, позволяет дронам автономно корректировать свое положение на основе данных от соседей.

Настоящий реферат посвящен исследованию полуцентрализованного подхода, который объединяет глобальные команды оператора с локальной координацией дронов, и сравнению эффективности протокола локального голосования (LVP) и его ускоренной версии (ALVP) для поддержания строя.

Рассматриваемая в реферате задача управления группой дронов, а также детальное описание архитектуры предложенной системы и математическая постановка проблемы подробно изложены в работе [3].

**Постановка задачи.** Рассмотрим группу, состоящую из  $N$  дронов. Глобальный вектор состояния системы в момент времени  $t$  обозначим как  $X_t$ . Он представляет собой объединение векторов состояний всех роботов в группе, где состояние каждого робота включает его пространственные координаты (широту, долготу, высоту) и курс (рыскание). Целевая траектория, определяющая движение группы в заданной формации, обозначается как  $X^*$ . Предполагается, что существует единая для всех дронов стратегия управления  $U_t$ , которая генерируется оператором или автоматическим алгоритмом, например, на основе методов Model Predictive Control (MPC) или Linear Quadratic Regulator (LQR).

Основная задача управления заключается в минимизации отклонения группы от заданной траектории, что можно выразить как  $\|X_t - X^*\| \rightarrow \min$ . Таким образом, требуется разработать систему, которая позволит эффективно доводить управляющее воздействие  $U_t$  до всех дронов и поддерживать заданную формацию даже в условиях возможной потери связи между базовой станцией и некоторыми членами группы.

**Архитектура системы.** Предложенная архитектура системы является полуцентрализованной и состоит из базовой станции и группы дронов. Базовая станция, управляемая оператором или автоматическим алгоритмом, транслирует общие параметры движения (крен, тангаж, рыскание, тяга) всем дронам. Одновременно каждый дрон, оснащенный полетным контроллером с ArduPilot и микроконтроллером ESP32, осуществляет локальную коррекцию положения.

Для обмена данными о местоположении между дронами используется протокол ESP-NOW [4], который позволяет передавать информацию в широкополосном режиме без необходимости создания сети. Полетный контроллер периодически вычисляет необходимые поправки для поддержания строя на основе данных о позициях соседних дронов, объединяя их с командами от базовой станции. Для обеспечения параллельной обработки задач связи и управления на микроконтроллере ESP32 применяется операционная система реального времени MartOS, оптимизированная для мультиагентных систем.

**Описание протоколов.** В работе для поддержания строя дронов сравниваются два протокола, основанных на идее достижения консенсуса.

*Протокол локального голосования (LVP)* [5] — это распределенный алгоритм, который решает задачу поддержания строя через механизм выравнивания. Это означает, что каждый дрон итерационно корректирует свои параметры движения (крен, тангаж, рыскание, тяга), основываясь на данных, полученных от соседних дронов. По сути, он вычисляет разницу между своими параметрами и параметрами соседей, а затем вносит поправку, чтобы сблизиться с их усредненным состоянием. Такая локальная координация обеспечивает устойчивость протокола к переменной топологии сети и информационным шумам, позволяя ему эффективно функционировать в условиях частичных потерь связи.

*Ускоренный протокол локального голосования (ALVP)* [6] является усовершенствованной версией LVP, специально разработанной для динамических и нестационарных сред. Для повышения скорости сходимости в нем используется метод ускорения Нестерова [7], который модифицирует стандартный градиентный спуск, добавляя к нему инерцию предыдущего шага («эффект тяжелого шарика») с упреждающей коррекцией градиента для более быстрой и стабильной сходимости. Это позволяет протоколу не только быстрее достигать консенсуса, но и эффективнее отслеживать изменения в системе, что критически важно при выполнении резких маневров или при наличии внешних возмущений.

**Экспериментальная оценка.** Для сравнения эффективности протоколов в задаче поддержания формации проведен симуляционный эксперимент. В среде моделирования использовалась группа из четырех дронов, оснащенных контроллерами ArduPilot и ESP32. В ходе тестов группа выполняла резкие маневры, включая повороты на  $50^\circ$  и  $75^\circ$ , также имитировались значительные потери пакетов данных — 50% и 80%.

Результаты показали значительное преимущество ускоренной версии протокола (ALVP). При выполнении серии из 20 полетов с поворотом на  $50^\circ$ , ALVP успешно сохранил строй в 17 случаях, в то время как стандартный протокол локального голосования (LVP) — только в 3. Это превосходство также проявилось в скорости восстановления строя: после маневров ALVP восстанавливал формацию в среднем на 25–30% быстрее, чем LVP, возвращая дроны в формацию. Кроме того, средняя ошибка позиционирования для ALVP оказалась ниже (1.31 м против 1.93 м у LVP), что свидетельствует о его более высокой точности. ALVP также продемонстрировал большую устойчивость при сильных потерях пакетов, поддерживая формацию даже при потере до 80% данных, в отличие от LVP, который в тех же условиях показывал значительное ухудшение характеристик формации группы.

**Заключение.** Проведенное исследование показало, что предложенный полуцентрализованный подход с использованием ускоренного протокола локального голосования (ALVP) является эффективным решением для управления строем группы дронов в условиях нестабильной связи. Результаты симуляционных экспериментов подтвердили значительное преимущество ALVP перед стандартным протоколом LVP по ключевым показателям: скорости восстановления формации, точности позиционирования и устойчивости к потерям данных.

В дальнейшем планируются натурные испытания предложенного подхода и интеграция механизмов для обхода препятствий, что позволит повысить практическую применимость предложенного подхода.

*Работа проводилась по Соглашению о предоставлении из федерального бюджета гранта в форме субсидии федеральному государственному бюджетному образовательному учреждению высшего образования «Санкт-Петербургский государственный Университет» от 16 апреля 2025г. № 139-15-2025-007: ИГК 000000Ц313925Р3О0002.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Bu Y., Yan Y., Yang Y.** Advancement challenges in UAV swarm formation control: A comprehensive review // Drones. 2024. vol. 8. no. 7. DOI: 10.3390/drones8070320.
2. **Amala Arokia Nathan R.J., Kurmi I., Bimber O.** Drone swarm strategy for the detection and tracking of occluded targets in complex environments // Communications Engineering. 2023. vol. 2. DOI: 10.1038/s44172-023-00104-0.
3. **Архипов И.С., Ерофеева В.А., Граничин О.Н., Киселев В.А., Чернов А.О.** Ускоренный протокол локального голосования для группы роботов с одним пультом дистанционного управления // Информатика и автоматизация. – 2025.
4. **Espressif Systems. ESP-NOW.** URL: [https://docs.espressif.com/projects/esp-idf/en/stable/esp32/api-reference/network/esp\\_now.html](https://docs.espressif.com/projects/esp-idf/en/stable/esp32/api-reference/network/esp_now.html) (дата обращения: 01.09.2025).
5. **Amelina N., Fradkov A., Jiang Y, Vergados D. J.** Approximate consensus in stochastic networks with application to load balancing // IEEE Transactions on Information Theory. – 2015. – Т. 61. – №. 4. – С. 1739-1752.
6. **Erofeeva V., Granichin O., Volodina E.** Accelerated decentralized load balancing in multi-agent networks // IEEE Access. – 2024.
7. **Nesterov Y.** Lectures on convex optimization. Berlin: Springer, 2018.

I.S. Arkhipov, V.A. Erofeeva, O.N. Granichin, V.A. Kiselev, A.O. Chernov (St. Petersburg State University). **A Semi-Centralized Approach To Maintaining Robot Group Formation**

*Abstract.* The problem of controlling a robot formation under unstable communication conditions is considered. A semi-centralized system that combines centralized commands with local correction is proposed. The results of a comparison of the Local Voting Protocol (LVP) and its accelerated version (ALVP) for local robots coordination are presented.

Н. А. КОВАЛЕВ, А. В. ГУБА, В. Б. КАЗАНЦЕВ  
(Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный)

## АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ КОНЕЧНОСТИ, УПРАВЛЯЕМОЙ МЫШЕЧНОЙ СИЛОЙ

*Численно исследована динамика односуставной конечности-маятника, управляемой парой мышц-антагонистов прямоугольными импульсами. Анализ поведения системы подтвердил управляемость динамики параметрами стимуляции для создания естественных движений в биоморфной робототехнике.*

**Введение.** Актуальное направление в робототехнике и искусственном интеллекте – создание биоподобных систем, таких как роботы-собаки [1] и гуманоиды [2]. Ключевая задача для шагающих роботов — управление конечностями с помощью нейронной сети, реализованной по архитектуре центрального генератора ритма (ЦГР) [3].

Задача управления односуставной конечностью сводится к управлению маятником с помощью сил, моделирующих динамику мышц под действием сигналов от нейрогенератора [3]. С точки зрения нелинейной динамики, колебания такого маятника в системе с ЦГР и обратной связью представляют собой сложный процесс, что требует изучения режимов вынужденных колебаний. Целью исследования является выявление динамических режимов, которые возникают в системе “конечность + мышца”, при различных характеристиках входного сигнала.

**Постановка задачи.** Моделирование динамики конечности с одной степенью свободы проводится для анализа динамических режимов при различных характеристиках входных сигналов. Модель представляет собой неупругий стержень с вязким трением, находящийся в поле тяжести. Колебания возбуждаются двумя силами, олицетворяющими мышечные сокращения [1]. Динамика системы описывается классическим уравнением моментов сил:

$$J \frac{d^2 q}{dt^2} = 0.5 \cdot m \cdot g \cdot l \cdot \cos q - b \frac{dq}{dt} - F_{\text{сгибатель}}(t) \cdot h_{\text{сгибатель}}(q) + F_{\text{разгибатель}}(t) \cdot h_{\text{разгибатель}}(q),$$

где  $q$  – угол в суставе,  $J$  – момент инерции конечности,  $l$  – длина конечности,  $F_{\text{сгибатель}}, F_{\text{разгибатель}}$  – силы мышц сгибателя и разгибателя,  $b$  – коэффициент вязкого трения в точке подвеса,  $h_{\text{сгибатель}}, h_{\text{разгибатель}}$  – плечи моментов мышечных сил,  $m$  – масса стержня,  $g$  – ускорение свободного падения.

На рис. 1 приведено схематическое изображение конечности длины  $l$  в поле тяжести под управлением мышечных сил ( $F_{\text{extensor}}, F_{\text{flexor}}$ ). На рисунке  $a_1, a_2$  – расстояния от точки крепления мышц до точки крепления стержня,  $q$  – угол между конечностью и горизонтом.

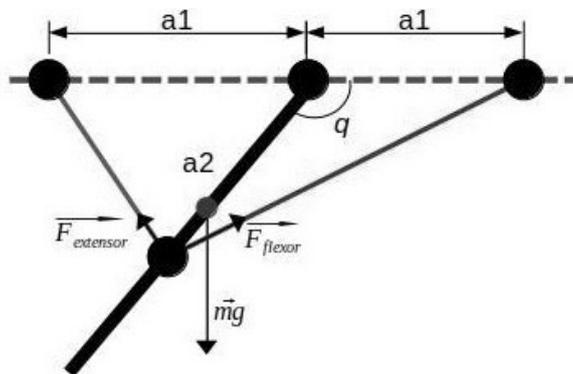


Рис. 1. Схематическое изображение конечности длины  $l$  в поле тяжести под управлением мышечных сил

Собственная частота колебаний конечности в поле тяжести:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{2l} - \frac{b^2}{J}}$$

Динамика сил мышечных сокращений в зависимости от входа изменятся по закону, предложенному в [5].

**Проведение численного эксперимента.** На вход модели подавалась последовательность прямоугольных импульсов (период  $T$ , скважность  $duty$ ). Две мышцы-антагониста управляются такими последовательностями. Ключевой параметр — фазовый сдвиг (временная задержка) между их импульсными последовательностями, определяющий задержку возбуждения мышц. Для вычислений разработана программа на языке python3, которая позволяет производить численное моделирование динамики мышечных сокращений и описанного сустава. В экспериментах сохранялся постоянный процент заполнения прямоугольного импульса 5%. Далее рассматривались различные диапазоны амплитуд мышечных сокращений от 0.01 Н до 1 Н с фиксированным шагом (5 значений); частот от  $\omega_0/100$  до  $\omega_0$  с фиксированным шагом (30 значений); сдвигов фазы управляющего сигнала от 0 до  $2\pi$  (30 значений). Общее время каждой симуляции 180 сек (180 000 мс) с разрешением 5 точек/мс.

**Обработка полученных результатов.** Диаграммы зависимости экстремумов угла от разности фаз и сечения Пуанкаре выявили эффекты синхронизации. Значимые результаты наблюдаются на двух частотах управляющего сигнала. При частотах на порядки ниже собственной наблюдаются устойчивые колебательные режимы в интервалах фазовой синхронизации мышц. При возбуждении прямоугольными импульсами выше собственной частоты (7 Гц) происходит насыщение мышечных волокон, что соответствует поддержанию позы при постоянном тонусе. Анализ фазовых портретов с помощью сечения Пуанкаре показал, что отображение состояло из дискретного множества точек, что свидетельствует о синхронизации динамики системы с внешним воздействием, создаваемым мышечными антагонистами. Таким образом, экспериментально подтверждена возможность эффективного управления конечностью через механизмы синхронизации, что перспективно для применения в системах управления биоморфных роботов.

На рис. 2 приведен график зависимости амплитуды колебаний от частоты  $\omega$  при фиксированных значениях амплитуды  $A=0,4$  Н, разности фаз  $\Delta\varphi = 1,3$  рад.

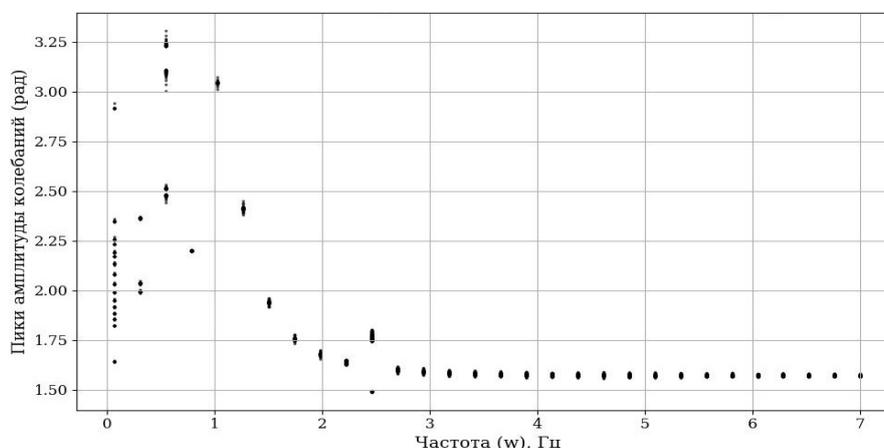


Рис. 2. Зависимость амплитуды колебаний от частоты возбуждающих сигналов

График (Рис.2) демонстрирует наличие хаотических колебаний при частотах возбуждающей силы до 1 Гц, в интервале от 1 до 2 Гц возникают устойчивые колебания, синхронизированные внешней силой, далее при увеличении частоты происходит переход к насыщению мышечного волокна, что соответствует поддержанию позы.

**Заключение.** В результате численного исследования динамики конечности, управляемой парой мышц-антагонистов, выявлены два ключевых режима. При частотах стимуляции ниже собственной частоты системы возникают устойчивые синхронизированные колебания, зависящие от фазового сдвига между сигналами с мышц антагонистов, а при высоких частотах — режим стабилизации положения, связанный с эффектом насыщения мышц. Это подтверждает возможность эффективного управления динамикой конечности для генерации естественных движений в биоморфной робототехнике.

*Работа выполнена в рамках государственного задания (проект FSMG-2024-0047).*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ruppert, F., Badri-Spröwitz, A.** Learning plastic matching of robot dynamics in closed-loop central pattern generators. *Nat Mach Intell* 4, 652–660 (2022). <https://doi.org/10.1038/s42256-022-00505-4>
2. **Li, G., Gomez, R.** Realizing full-body control of humanoid robots. *Nat Mach Intell* 6, 990–991 (2024). <https://doi.org/10.1038/s42256-024-00891-x>
3. **Markin, S. N., Klishko, A. N., Shevtsova, N. A., Lemay, M. A., Prilutsky, B. I., Rybak, I. A.** Afferent control of locomotor cpg: Insights from a simple neuromechanical model. *Annals of the New York Academy of Sciences* 1198(1), 21–34 (2010) <https://doi.org/10.1111/j.1749-6632.2010.05435.x>
4. **Некоркин В.И.** Введение в нелинейную динамику колебаний и волн. –М: ФИЗМАТЛИТ, 2024. -352 с. – ISBN 978-5-9221-1996-2.
5. **Wilson E., Rustighi E., Newland P. L., Mace B. R.** A comparison of models of the isometric force of locust skeletal muscle in response to pulse train inputs // *Biomech Model Mechanobiol.* - 2011. - Vol. 11. - N 3-4. - P. 519–532. DOI: 10.1007/s10237-011-0330-2

N. A. Kovalev, A. V. Guba, V.B. Kazantsev (MIPT, Moscow). **Analysis Of Dynamic Modes Of A Limb Controlled By Muscular Force**

*Abstract.* The dynamics of a single-articular pendulum limb controlled by a pair of antagonist muscles with rectangular pulses has been numerically studied. Two modes have been identified: at frequencies below natural, stable oscillations, and at high frequencies, position stabilization. The analysis of the system behavior confirmed the controllability of dynamics by stimulation parameters to create natural movements in biomorphic robotics.

И.В. МИТИН, И.А. ПОТАПОВ, А.И. ЖАРИНОВ, С.А. ЛОБОВ, В.Б. КАЗАНЦЕВ  
(БФУ им. И. Канта, Калининград; МФТИ, Долгопрудный; ННГУ им. Н.И. Лобачевского, Н. Новгород)

## РЫБОПОДОБНЫЙ РОБОТ: КОНСТРУКЦИЯ, СИСТЕМА СЕНСОРОВ, УПРАВЛЕНИЕ

*Рассмотрена задача биоморфного плавания. Предложена конструкция рыбоподобного робота и системы сенсоров для него. Проведено тестирование системы сенсоров в условиях естественных водоемов.*

**Введение.** Создание биоморфных роботов является важным и активно развивающимся направлением робототехники. Большой интерес представляет создание биоморфных автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА), биологическими прототипами которых являются различные гидробионты, что и стало целью данного исследования. Авторами накоплен значительный опыт в создании биоморфных роботов, использующих паттерны плавания, характерные для рыб [1]. Помимо воспроизведения кинематики плавания, другой значимой задачей является разработка системы сенсоров и системы управления, которые позволили бы эффективно реализовать потенциал рыбоподобных роботов и по возможности использовать принципы биоморфности. В настоящем реферате рассматривается конструкция биоморфного робота, реализующего тунниформный тип локомоции [2,3] и предлагаются система сенсоров рыбоподобного робота на основе компьютерного зрения и гидролокатора и система управления рыбоподобным роботом на основе центрального генератора ритма (CPG).

**Описание конструкции.** Разработанный рыбоподобный робот (Рис. 1) имеет в качестве биологического прототипа желтоперого тунца. Робот оснащен микроконтроллером Arduino RP2040 в качестве платы управления, биоморфным движителем оригинальной конструкции, поворотными плавниками и балластной цистерной. В качестве источника питания выступает литий-полимерный аккумулятор напряжением 7,4 В и емкостью 900 мАч. Для взаимодействия с оператором используется радиосвязь на частоте 433 МГц. Биоморфный движитель располагается в задней части корпуса робота и включает в себя хвостовой плавник, прикрепленный к гибкой пластине, а также сервопривод, закрепленный на корпусе. По обеим сторонам гибкой пластины располагаются тяги, изготовленные из металлических тросиков. При вращении сервопривода тяги попеременно деформируют гибкую пластину. Сервопривод характеризуется большим крутящим моментом 22,6 кг/см при низкой частоте вращения порядка 1,5 об/мин, поэтому передача усилия от вала сервопривода к тягам осуществляется через маховик большого диаметра.

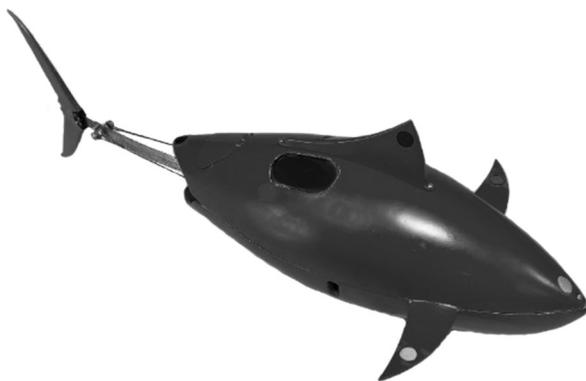


Рис. 1. Рыбоподобный робот

Работа в подводной среде накладывает определенные ограничения на возможность беспроводного телеуправления, поэтому рыбоподобный робот должен уметь самостоятельно оценивать свое положение и идентифицировать окружающие объекты. Для решения этой задачи планируется использовать комплексную систему, включающую компьютерное зрение, ультразвуковые дальнометры и инерциальный измерительный блок. Так, для определения положения в пространстве используются гидролокаторы DYP-L04, с максимальной дистанцией обнаружения 6 м, и

инерциальный модуль Vector Nav VN-100. Для распознавания объектов применяется модуль камеры OpenMV Cam RT1062, позволяющий достоверно классифицировать объекты в условиях подводной съемки. На текущем этапе проводятся исследования возможностей этой системы, установленной на серийный подводный дрон Gladius s mini, показанный на рис. 2. Натурные испытания проводились в условиях дневного освещения, на озере с мутностью воды 4,2 м по диску Секки. Испытания показали стабильное распознавание графических меток AprilTag размера 100x100 мм, на расстоянии 1,6 м и менее.



Рис. 2. Подводный дрон с дополнительной камерой и параллельными лазерами

Разработка роботов биоморфного типа позволяет получить базу для отработки и исследования нейроморфных принципов управления [4–6] с использованием нейронных структур, называемых центральными генераторами ритма (CPG), характеризующиеся самостоятельной генерацией ритмических движений разной сложности. Так, для управления биоморфным движителем использовали модели импульсных нейронов с моделированием динамики мембранного потенциала по модели Ижикевича [7–9]. Для моделирования CPG могут применяться как классические микроконтроллеры, так и компактные и энергоэффективные нейроморфные управляющие системы на основе мемристоров.

**Заключение.** Для решения задачи биоморфного плавания предложена конструкция рыбоподобного робота с биоморфным движителем. Для работы в составе рыбоподобного робота была подобрана система сенсоров, эффективность которой была подтверждена в условиях естественного водоема. В дальнейшем предполагается интегрировать предложенную систему датчиков, обеспечивающую оценку положения и идентификацию окружающих объектов, в корпус рыбоподобного робота и оценить ее работоспособность в условиях биоморфного движения.

*Исследование выполнено в рамках государственного задания № FSWR-2025-0006.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Mitin I.** Bioinspired Propulsion System for a Thunniform Robotic Fish / I. Mitin, R. Korotaev, A. Ermolaev, V. Mironov, S. Lobov, V. Kazantsev // Biomimetics – 2022 – Vol. 7 – No. 4 – P. 215
2. **Sfakiotakis M.** Review of fish swimming modes for aquatic locomotion / M. Sfakiotakis, D. Lane, J. Davies // IEEE Journal of oceanic engineering, vol. 24, no. 2, april 1999
3. **Colgate J.E.** Mechanics and control of swimming: a review / J.E. Colgate, M.L. Kevin // IEEE Journal of oceanic engineering, vol. 29, no. 3, pp. 660-673, july 2004
4. **Zhang D.** A novel integrated gliding and flapping propulsion biomimetic manta-ray robot / D. Zhang, G. Pan, Y. Cao, H. Qiaogao, Y. Cao // Journal of marine science and engineering (2022) 10. 924. 10.3390/JMSE10070924
5. **Bal C.** Cpg-based autonomous swimming control for multi-tasks of a biomimetic robotic fish / C. Bal, O. G. Koca, D. Korkmaz, Z. H. Akpolat // Journal of Marine Science and Engineering (JMSE) 2019 10.1016/J.OCEANENG.2019.106334
6. **Xu J.-X.** Modeling and control design of an anguilliform robotic fish / J.-X. Xu, X.-L. Niu, Q. Ren // International journal of modeling, simulation, and scientific computing (2012) 03. 10.1142/S1793962312500183

7. **Izhikevich E. M.** Simple model of spiking neurons / E. M. Izhikevich // IEEE Transactions on neural networks, 2003, T. 14. №. 6. С. 1569-1572.
8. **Izhikevich E. M.** Which model to use for cortical spiking neurons? / IEEE Transactions on neural networks, 2004, T. 15. №. 5. С. 1063-1070.
9. **Potapov I. A.** Connection between CPG model and servomotor of biomorphic fish robot / I. A. Potapov, A. I. Zharinov, I. V. Mitin and S. A. Lobov // 2024 8th Scientific School Dynamics of Complex Networks and their Applications (2024) pp. 200-203

I.V. Mitin, I.A. Potapov, A.I. Zharinov, S.A. Lobov, V.B. Kazantsev (Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad; MIPT, Dolgoprudny; UNN, Nizhny Novgorod). **Fish-like robot: design, sensor system, control**

*Abstract.* The creation of biomorphic robots is an important and actively developing area of robotics. Of great interest is the creation of biomorphic AUVs (autonomous unmanned underwater vehicles), the biological prototypes of which are various hydrobionts.

И.В. МИТИН, И.А. КАСТАЛЬСКИЙ, В.Б. КАЗАНЦЕВ  
(МФТИ, Долгопрудный; ННГУ им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород)

## ОРНИТОПТЕР С РЕГУЛИРУЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ВЗМАХОВ: КОНСТРУКЦИЯ, ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТ

*Рассмотрена задача воспроизведения машущего полета птиц в приложении к орнитоптеру. Предложена конструкция орнитоптера с изменяемой площадью крыла. Приведены результаты численного моделирования и натурных испытаний полета орнитоптера.*

**Введение.** На фоне увеличения роли беспилотных летательных аппаратов и развитии трендов на биоморфную робототехнику растет интерес к созданию компактных орнитоптеров. Применение принципов биоморфности открывает дорогу к стабильности полета и энергоэффективности парения, характерным для птиц. Птицы и рукокрылые обладают сложной конструкцией крыла, способной принимать различные конфигурации [1-3]. Так, птица способна складывать и скручивать крылья, изгибать их в запястье. Движения крыльев разрабатываемых на данный момент орнитоптеров отличаются от движений крыльев реальных летающих животных. Они используют механизмы, которые реализуют только некоторые движения крыльев летающих животных, а не имитируют их полностью. Целью исследования стала разработка орнитоптера, способного воспроизводить различные паттерны движений, и дальнейшее исследование машущего полета.

**Конструкция орнитоптера.** В зависимости от движения крыльев машущие механизмы можно разделить на те, которые реализуют одну степень свободы крыла, и те, которые используют крылья с несколькими степенями свободы [4]. Для реализации складывания крыла используется механизм, похожий на структуру скелета летающих животных, приводимый в действие кривошипно-ползунным механизмом или серводвигателем. Скручивание крыла реализуется либо путем установки дополнительного сервопривода в крыло, либо путем комбинации нескольких механизмов, позволяющих реализовать траекторию законцовки крыла в виде восьмерки, как у летающих животных. Изгиб крыла в запястье обеспечивается модифицированным механизмом взмахов на основе кривошипно-шатунного механизма.

В нашей лаборатории для исследования кинематики полета птицы разработана и изготовлена модель орнитоптера. Для большего соответствия биологическому прототипу крылья орнитоптера оснащены механизмом складывания, также имеется возможность независимого управления амплитудой и частотой взмахов левого и правого крыла за счет использования в качестве движителя двух сервоприводов [5].

Предложенная конструкция орнитоптера приведена на рис. 1.

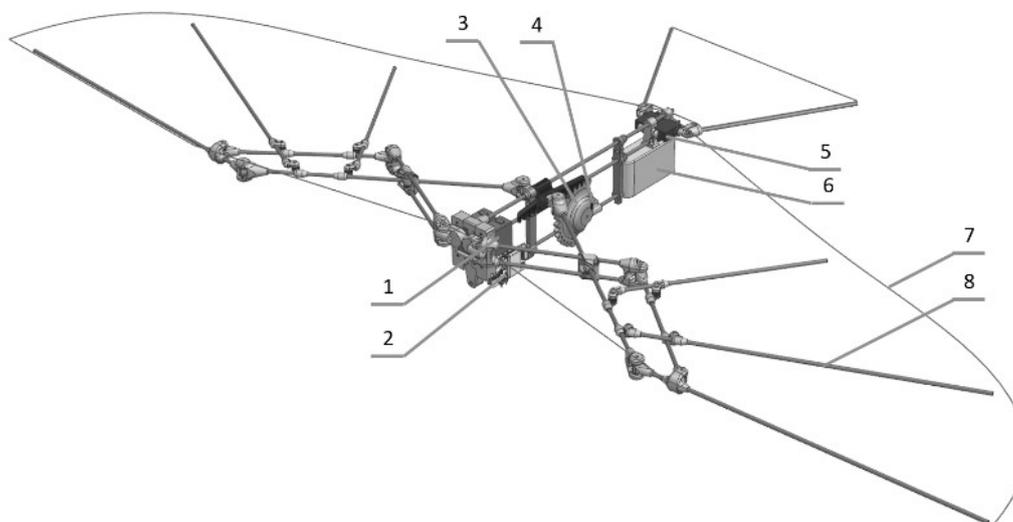


Рис. 1. Устройство орнитоптера

Он состоит из следующих частей: симметричных крыльев, включающих жесткий каркас из карбоновых трубок (поз. 8), и закрепленной на нем однослойной тканевой мембраны (поз. 7). Передняя часть каждого крыла присоединяется к валу одного из двух сервоприводов (поз. 1). За складывание и раскладывание крыльев отвечает сервопривод (поз. 4), подсоединенный к ременной передаче (поз. 3). Для управления направлением полета используется хвостовое оперение, управляемое двумя сервоприводами (поз. 5). В качестве источника питания используется Li-Po аккумулятор (поз. 6). Для связи с оператором используется приемник (поз. 2). Масса макета орнитоопера составила 270 грамм при размахе крыльев 952 мм и общей длине 365 мм. Конструкция орнитоопера позволяет уменьшать площадь крыльев в 1,7 раза, аналогично тому, как это делают птицы при разной скорости полета [6].

**Исследование конструкции.** Орнитооптер с сервоприводами испытывался в зафиксированном виде на вращающемся стенде. Он устанавливался на подвижной опоре, свободно перемещающейся по вертикали и опирающейся на тензометрический датчик. Весь этот узел располагался на балке длиной 1,5 м, установленной на вращающейся платформе. В результате эксперимента продемонстрирована работоспособность предложенной конструкции, орнитооптер развивал поступательную скорость. Кроме того, проведено численное моделирование полета орнитоопера в среде Ansys. При моделировании задавались следующие параметры: геометрия орнитоопера из 3D модели, амплитуда и частота взмахов крыла, поворот плоскости крыла под действием упругих сил, скорость набегающего потока. Численное моделирование показало, что орнитооптер данной конфигурации способен развивать подъемную силу в 6 ньютонов при частоте взмахов 4 Гц и углом между нижним и верхним положением крыла в 40 градусов, что достаточно для реализации полета с учетом массы орнитоопера 270 грамм. Полученные в результате моделирования распределения скоростей и давлений представлены на Рис. 2.

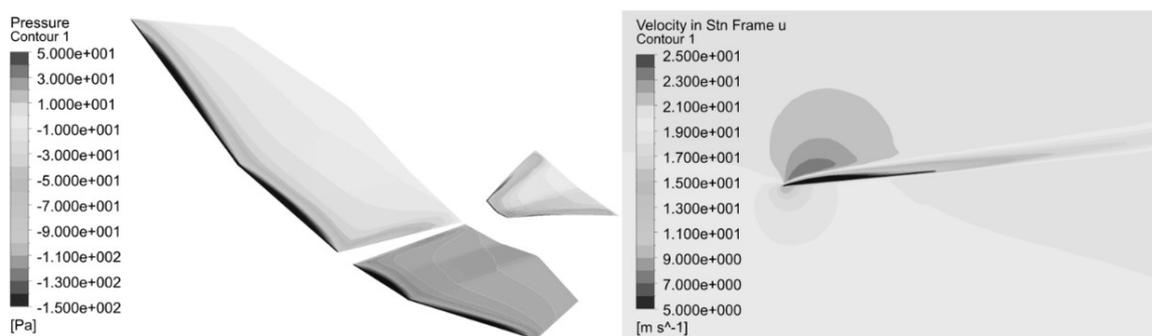


Рис. 2. Распределение скоростей и давлений при численном моделировании орнитоопера с сервоприводами

**Заключение.** В работе рассмотрена конструкция и реализованный прототип орнитоопера с регулируемыми параметрами взмахов крыла. В результате проведенных натурных и численных испытаний показана работоспособность предложенной конструкции. В дальнейшем предполагается тестирование летных качеств орнитоопера при свободном полете в помещениях.

*Работа проводилась при поддержке гранта РФФ 24-19-00420.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Gerdes J.** Robo raven: a flapping-wing air vehicle with highly compliant and independently controlled wings / J. Gerdes, A. Holness, A. Perez-Rosado, L. Roberts, A. Greisinger, E. Barnett, S. K. Gupta // *Soft robotics*, vol. 1, no. 4, pp. 275-288, dec. 2014.
2. **Liao W.** Mechanical design and dynamics system identification of two-section flapping wing aircraft / W. Liao, Z. Ye, G. Song, B. Yang // *In IOP conference series: Materials science and engineering*, vol. 563, no.3, P. 032010, july 2019.
3. **Hoff J.** Optimizing the structure and movement of a robotic bat with biological kinematic synergies / J. Hoff, A. Ramezani, S. J. Chung, S. Hutchinson // *The international journal of robotics research*, vol. 37, no. 10, pp. 1233-1252, nov. 2018.
4. **Han J.-H.** A review of flapping mechanisms for avian-inspired flapping-wing air vehicles / J.-H. Han, Y.-J. Han, H.-H. Yang, S.-G. Lee, E.-H. Lee // *Aerospace – 2023 – 10 – 554*. DOI:10.3390/AEROSPACE10060554

5. **Kastalskiy I.** Conceptual model of a robotic bird with independent flapping wings and adjustable wingspan / I. Kastalskiy, I. Mitin, V. Kazantsev // *2024 Sixth international conference neurotechnologies and neurointerfaces (CNN)*, PP. 55-57, DOI: 10.1109/CNN63506.2024.10705850.
6. **Tang D.** Quantitative analysis of the morphing wing mechanism of raptors: Analysis methods, folding motions, and bionic design of Falco Peregrinus / D. Tang, X. Huang, J. Che, W. Jin, etc. // *Fundamental Research – 2022* DOI: 10.1016/j.fmre.2022.03.023

I.V. Mitin, V.A. Kastalskiy, V.B. Kazantsev (MIPT, Dolgoprudny, UNN, Nizhny Novgorod). **Ornithopter with adjustable flapping parameters: design, numerical simulation and experiment**

*Abstract.* The paper is devoted to problem of reproducing the flapping flight of birds in the application to an ornithopter. The design of an ornithopter with variable wing area is proposed. The results of numerical modeling and experiments of the ornithopter flight are presented.

И. А. ПОТАПОВ, А. И. ЖАРИНОВ, С. А. ЛОБОВ  
(БФУ им. И. Канта, Калининград; МФТИ, Долгопрудный)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЫШЕЧНОГО КОМПОНЕНТА В НЕЙРОНАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ БИОЛОГОПОДОБНЫМ РОБОТОМ-ЗМЕЕЙ

*Рассмотрена задача управления локомоцией робота-змеи с использованием центрального генератора ритма (ЦГР). Предложена биологоподобная система управления роботом, сочетающая ЦГР на спайковых нейронах с собственной и биофизической моделью мышечного сокращения Wexler.*

**Введение.** Центральные генераторы ритма (ЦГР) – нейрональные структуры, лежащие в основе контроля передвижений у животных. У позвоночных ЦГР, отвечающие за передвижение, находятся в спинном мозге и состоят из моторных, возбуждающих и тормозных интернейронов. «Органом-мишенью» для ЦГР является мышца – основная часть опорно-двигательного аппарата, обеспечивающая движение. Моторные нейроны при генерации серии потенциалов действия высвобождают ацетилхолин, который запускает каскад биохимических реакций, приводящих к мышечному сокращению [1, 2]. Чем выше частота возбуждающего сигнала, тем сильнее сокращается мышца. Её активность характеризуется тем, что сила, генерируемая рассматриваемым мышечным волокном, нелинейна [3]. С физиологической точки зрения процессом сокращения мышцы управляют два главных механизма – высвобождение кальция и образование мостиков между актином и миозином.

Существует несколько феноменологических моделей (моделируют упругие элементы), например, каскадная модель Wiener [4] имеют линейный динамический блок обрабатывающий входной сигнал, который затем проходит через статическую нелинейную функцию [5]. Здесь также нельзя не упомянуть модель Хилла и Хаксли [6] и биофизических (исследуют взаимодействия между актином и миозином), например, адаптированная и упрощенная модели (Adapted и Simplified Adapted) Вилсона (Wilson) [7], Динга (Ding et al.) [8], Бобета и Штейна (Bobet & Stein) [9], которые отражают физиологические процессы, такие как динамика кальция и формирование поперечных мостиков. Однако для дальнейшего моделирования необходимо выбрать модель, которая учитывает нейронный вход, а также прогнозирует генерируемую силу для обеспечения корректности движений робота.

Мы предполагаем, что моделирование не только управляющей системы, но и целевого органа поможет улучшить характеристики передвижения робота-змеи. Предлагаемый реферат посвящен разработке нейрон-мышечной системы управления движителями биологоподобных роботов на примере робота-змеи.

**Строение робота-змеи.** Робот-змея состоит из 5 сегментов, соединенных подвижным шарниром, положение которого определяется сервомотором Dynamixel. Каждый сегмент имеет две пары колес, которые не связаны с моторами. Движение происходит за счет смещения положения сегментов относительно друг друга.

**Модель нейронов ЦГР.** При моделировании мы использовали подход, описанный в [10, 11]. В частности, для описания динамики мембранного потенциала нейронов применена модель Ижикевича с параметрами, обеспечивающими режим Regular Spiking при приложении тока [12]. Внешний ток представлял собой сумму некоррелированного белого гауссовского шума и синаптического тока. Синаптический ток рассчитывался как сумма взвешенных выходных сигналов пресинаптических нейронов, имеющих связи с данным постсинаптическим нейроном. В свою очередь, значение выходного синаптического сигнала увеличивалось на единицу при генерации спайка пресинаптическим нейроном и экспоненциально затухало.

$$v' = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I \quad (1)$$

$$u' = a(bv - u) \quad (2)$$

со вспомогательным сбросом после спайка:

$$\text{if } v \geq 30 \text{ mV, then } \begin{cases} v \leftarrow c \\ u \leftarrow u + d \end{cases}, \quad (3)$$

где  $v$  обозначает мембранный потенциал нейрона,  $u$  – переменная восстановления,  $I$  – входящий ток,  $a, b, c, d$  – параметры модели, влияющие на динамику мембранного потенциала

**Оригинальная модель нервно-мышечного взаимодействия.** Первым этапом работы стала разработка системы для сопряжения модели ЦГР с биоморфным роботом-рыбой. Наша модель представляет из себя систему из двух дифференциальных уравнений, напоминающую модель мембранного потенциала Ижикевича:

$$y' = 0.05u_2 - 0.5y \quad (4)$$

$$u_2' = 100\delta(t - t_{sp}) - \tau u \quad (5)$$

где  $y$  – нейрональный выход,  $u_2$  – вспомогательная переменная, где  $t$  это время. Функция  $\delta(t - t_{sp})$  – дельта-функция, описывающая точечное воздействие потенциала действия на передаваемый синаптический сигнал. Переменная  $\tau$  описывает временной ход синаптического сигнала.

Предложенная модель описывает динамику переменной мышечной силы в ответ на поступающие импульсы. При разработке мы сосредоточились на вычислительной простоте, сохраняя при этом реалистичное поведение мышцы, что позволило запускать многосегментные модели сократительного аппарата как змей, так и, например, рыб, при этом не затрачивая больших вычислительных мощностей. Кроме того, наша модель способна менять свои динамические свойства при изменении параметров. В физиологических исследованиях было обнаружено, что под действием нейромодуляторов мышцы животных способны менять характер своего сокращения (амплитуду и время релаксации) [13], данное свойство важно при контроле приводной системы робота.

**Предсказательная модель мышцы.** Несмотря на многообразие работ по моделированию активности мышц, нами была выбрана модель, представленная Wexler [14], поскольку доказана её предсказательная способность генерируемой силы и соответствие получаемых результатов физиологическим экспериментам на препаратах мышц. В ней получение единичного потенциала действия приводит к высвобождению свободного кальция, а затем к образованию мостиков из актина и миозина, что в итоге приводит к генерации силы. Указанная модель мышцы была связана с используемой нами полуцентральной моделью ЦГР на основе нейронов модели Ижикевича. Сигнал с мышцы преобразовывался в управляющий и затем подавался на мотор. Применение такого подхода позволило изменить характеристику управляющего мотором сигнала так, что наибольшее смещение целевого двигателя происходило в начале, при получении мышцей стимуляции, что связано с её максимальным напряжением. Кроме того, использование мышечной компоненты увеличило стабильность и воспроизводимость управляющего сигнала, что является крайне важным для обеспечения симметричных движений при активности полуцентров. Еще одним плюсом стало значительное сглаживание управляющего сигнала в сравнении с ранее продемонстрированным в модели управления только на основе нейронов [15].

**Заключение.** Представленная работа демонстрирует один из возможных подходов к созданию нейромышечной системы управления для биоморфных роботов. В созданной системе объединены центральный генератор ритма на основе модели Ижикевича, собственная модель мышцы и предсказательная модель мышечного сокращения. Предложенная упрощенная модель мышцы сохраняет физиологическую достоверность, позволяя изменять характеристики сокращения подобно действию нейромодуляторов, что обеспечивает вычислительную эффективность при управлении многосегментной системой. Интеграция ЦГР с моделью мышцы Wexler позволила точно прогнозировать силу сокращения и адаптировать управляющие сигналы для сервомоторов, достигая максимального смещения сегментов в момент пикового напряжения, что соответствует биомеханике живых организмов. Мы предполагаем, что дальнейшее использование разработанных методик позволит улучшить характеристики передвижения биологоподобных роботов.

*Работа проводилась при поддержке гранта Российского научного фонда проект №24-19-00433*

ЛИТЕРАТУРА

1. Kuo I. Y., Ehrlich B. E. Signaling in muscle contraction //Cold Spring Harbor perspectives in biology. – 2015. – Т. 7. – №. 2. – С. a006023.
2. Sweeney H. L., Hammers D. W. Muscle contraction //Cold Spring Harbor perspectives in biology. – 2018. – Т. 10. – №. 2. – С. a023200.
3. Кобрин В. И. и др. Физиология человека. – Открытое акционерное общество Издательство Медицина, 1997.
4. Wiener, N. (2019). Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine. MIT press.
5. I. W. Hunter and M. J. Korenberg, "The identification of nonlinear biological systems: Wiener and Hammerstein cascade models," *Biological Cybernetics*, vol. 55, no. 2–3, pp. 135–144, Nov. 1986
6. Петрова, М. А. (2022). МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МЫШЕЧНОГО СОКРАЩЕНИЯ. Вестник науки и образования, (1-1 (121)), 21-24.
7. Wilson E. et al. A comparison of models of the isometric force of locust skeletal muscle in response to pulse train inputs //Biomechanics and modeling in mechanobiology. – 2012. – Т. 11. – С. 519-532.
8. Ding J., Wexler A. S., Binder-Macleod S. A. A mathematical model that predicts the force–frequency relationship of human skeletal muscle //Muscle & Nerve: Official Journal of the American Association of Electrodiagnostic Medicine. – 2002. – Т. 26. – №. 4. – С. 477-485.
9. Bobet J., Stein R. B. A simple model of force generation by skeletal muscle during dynamic isometric contractions //IEEE transactions on biomedical engineering. – 1998. – Т. 45. – №. 8. – С. 1010-1016.
10. S. A. Lobov, M. O. Zhuravlev, V. A. Makarov, and V. B. Kazantsev, "Noise Enhanced Signaling in STDP Driven Spiking-Neuron Network," *Math. Model. Nat. Phenom.*, vol. 12, no. 4, pp. 109–124, 2017.
11. S. A. Lobov, A. I. Zharinov, V. A. Makarov, and V. B. Kazantsev, "Spatial Memory in a Spiking Neural Network with Robot Embodiment," *Sensors*, vol. 21, no. 8, 2021.
12. E. M. Izhikevich, "Which model to use for cortical spiking neurons?," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 15, no. 5, pp. 1063–1070, 2004.
13. Harris-Warrick R. M. et al. Modulation of neural networks for behavior //Annual review of neuroscience. – 1991. – Т. 14. – №. 1. – С. 39-57.
14. A. S. Wexler, N. J. Ding, and S. A. Binder-Macleod, "A mathematical model that predicts skeletal muscle force," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 44, no. 5, pp. 337–348, May 1997

I. A. Potapov, A. I. Zharinov, S. A. Lobov (Baltic Center for Neurotechnology and Artificial Intelligence, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education "Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University)" (MIPT), Dolgoprudny) **Investigation of the Efficiency of Using a Muscular Component in Neuronal Systems for Controlling a Bio-Inspired Snake-like Robot**

*Abstract.* Central Pattern Generators (CPGs) are neuronal structures that form the basis of locomotion control in animals. The "target organ" for CPGs is the muscle. We hypothesize that modeling not only the control system but also the target organ will help bring the locomotion characteristics of a snake-like robot with neural control closer to its biological counterparts in terms of efficiency.

W. KHALID

(Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region)

V.B. KAZANTSEV

(Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region,  
Lobachevsky University, Nizhny Novgorod,

Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics, St. Petersburg)

## DYNAMICS OF LIFT OF A FLAPPING WING DURING TAKEOFF

*This study uses computational fluid dynamics (CFD) to simulate the aerodynamics of a bio-inspired flapping wing. The wing undergoes a symmetric flapping motion with an amplitude of 30 degrees. While the downstroke is performed without twist, dynamic twist is applied during the upstroke. We investigated twist angles ranging from 5 to 30 degrees in 5-degree increments. The results indicate that wing twist generates net positive lift, thereby improving takeoff performance.*

**Introduction.** This study focuses on designing and optimizing a wing to enhance its aerodynamic performance. The simulations involve three-dimensional, transient, incompressible, and turbulent flow. A mechanical model of the wing is developed using a combination of mathematical and numerical modeling techniques. The governing equations include the Navier-Stokes equations with gravity effects, and the finite-volume method (FVM) is employed for numerical solutions.

The research utilizes dynamic grid methods to simulate wing dynamics, allowing the wing to undergo flapping and twisting motions at different angles to assess aerodynamic performance. The model assumes zero linear motion while accounting for angular motion. Both the flapping angle (oscillatory motion) and twisting angle (rotational deformation) are analyzed. The results demonstrate good agreement with prior studies. The model of the wing is taken from [1,2].

**Methodology.** The dynamic grid method to simulate wing motion is used by using ANSYS Fluent's dynamic meshing capability; the computational mesh is updated at each time step through a combination of re-meshing and smoothing. This ensures that key mesh quality metrics—such as aspect ratio, orthogonality, and overall cell quality—remain consistent with their initial values throughout the simulation.

A custom user-defined function (UDF) was implemented to prescribe the wing's angular motion, while linear motion effects were disregarded. The analysis utilizes ANSYS's *CG Motion* function to define both angular and linear displacements, with a specific focus on isolating the individual contributions of flapping and twisting to lift and drag forces.

The flapping motion of the wing remains constant as previously described, while the twisting motion varies at specific angles. The central objective of this study is to introduce the twisting motion to obtain the positive integral of the aerodynamics forces. To this end, the half-shift method has been employed in this study.

Therefore, at the initial phase, there is an absence of twisting during the downward flapping motion of the wing from the  $+30^\circ$  to  $-30^\circ$  range. Subsequently, upon reaching a value of  $-30^\circ$  flapping, the wing initiates a twisting motion and it goes to  $+30^\circ$  flapping as shown in the Fig.1 Then once again, the twisting motion goes to zero.

The twisting motion is varied at different angle, ranging from  $+5^\circ$  to  $+30^\circ$ . The black dots shows the flapping of the wing and remaining color shows the twisting of the wing to get the positive integral of the lifting and thrust force. This fundamental postulation underlies the present investigation, and the signals displayed in Fig. 1 are derived directly from the UDF prior to the initiation of the simulation to delineate the intended kinematic motion.

In the Fig.1, the amplitude of the flapping and twisting motions are shown on the y-axis and on the x-axis, the time for the period is shown.

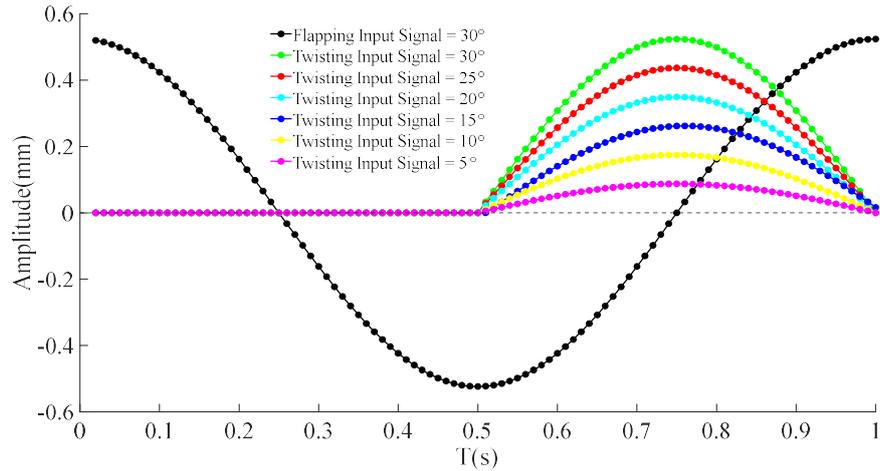
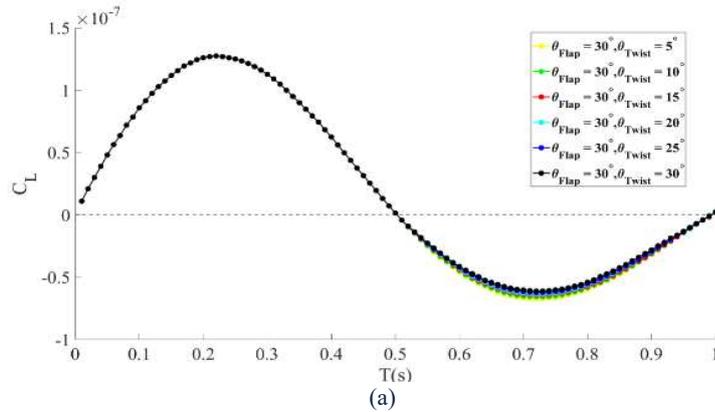


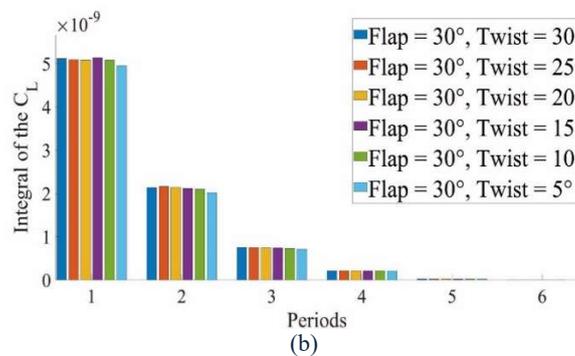
Fig. 1. Input Signal

**Results and Discussion.** The coefficient of lift and drag are reported in this study. The outcomes align with the anticipated results of our expectation. The twisting of the wing during the upstroke was introduced as a method to decrease the lift coefficient at upstroke of the wing to get the overall positive integral of the lift coefficient.

As anticipated, the ensuing graph (see Fig. 2(a)) was obtained. The black color indicates that minimum lift is produced during the upstroke of the wing at the 30 degree of the twisting of wing. However, during the downstroke of the wing, no twisting is introduced, resulting in a constant  $C_L$  for all other cases. Numerical simulations are ran for the six periods and the trapezoidal integral for each period is positive and shown in the Fig.2(b). From Fig. 2.(b), it is quite clear that during the initial periods, the flow was highly turbulent but with the passage of time it enter to steady state and the coefficient of the lift for the sixth period is presented in this study.



(a)



(b)

Fig 2. (a) Coefficient of Lift force and (b) Integral of coefficient of lift force for 6 periods

**Conclusion.** This study introduces a dynamic grid method that offers computational advantages over traditional sliding mesh techniques. A stability analysis of the algorithm demonstrates that standard grid parameters are sufficient for optimal performance, even during grid reconstruction. The method maintains acceptable grid quality and aspect ratios, ensuring reliable results. A key benefit is the simplified implementation of wing motion, which significantly reduces grid generation time—particularly advantageous for complex geometries where structured grid generation is challenging. Furthermore, it is assumed that the bird undergoes no twisting motion during takeoff, which plays a crucial role in achieving a positive integral of the lift coefficient. The simulations were conducted over six flapping periods for various angles of attack of twisting motion, ranging from  $5^\circ$  to  $30^\circ$ , with a constant flapping angle of  $30^\circ$ . By implementing the assumption of no twisting motion during the initial phase, this study clearly demonstrates the stabilization of positive lift.

*This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation under the Project No. FSMG-2024-0047.*

#### REFERENCES

1. **Zabello, K. K., Shchur, N. A., Gladysheva, E. A., Smirnova, E. Y., Popov, A. V., & Kazantsev, V. B.** Self-consistent numerical model of mosquito dynamics with specified kinematic parameters of wing movement. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2024, 135.
2. **Bomphrey, R. J., Nakata, T., Phillips, N., & Walker, S. M.** Smart wing rotation and trailing-edge vortices enable high frequency mosquito flight. *Nature*, 2017, 544(7648), pp. 92-95.

W. KHALID

(Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region, Russia)

V.B. KAZANTSEV

(Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region,  
Lobachevsky University, Nizhny Novgorod,  
Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics, St. Petersburg)

## AERODYNAMIC PERFORMANCE EVALUATION OF WING DYNAMICS USING TETRAHEDRAL AND HEXAHEDRAL MESHES: A SLIDING AND DYNAMIC MESH STUDY

*Numerical simulations were performed to enhance the aerodynamic performance of a bio-inspired wing. The commercial code Ansys Fluent was employed for the simulations, while Ansys Mesher and DesignModeler were used for meshing and CAD modeling, respectively. This study compared two key methodologies: first, the sliding mesh and dynamic mesh methods for handling motion; and second, tetrahedral versus hexahedral meshing schemes. The results demonstrate a close agreement between the different techniques, validating the numerical approach.*

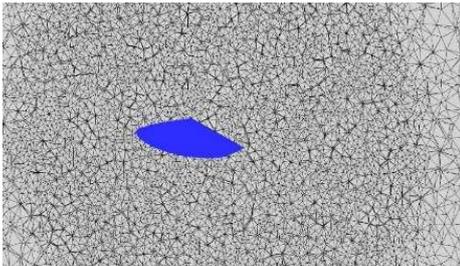
**Introduction.** In this study, numerical simulations are performed to enhance the aerodynamic properties of a bio-inspired wing modeled after a mosquito wing. A three-dimensional, incompressible, dynamic case is considered, with the wing flapping symmetrically within a  $30^\circ$  range. To achieve symmetrical flapping study, an algorithm is developed in C language and integrated into ANSYS Fluent. To validate the numerical results, two distinct approaches are employed: (i) the dynamic mesh method, where the wing flaps symmetrically, and the mesh is re-meshed after each time step and the wing flaps around its center of the gravity point; (ii) the sliding mesh approach, where the mesh remains static, and an interface is created around the wing. The interface rotates while the wing flaps inside it. Coefficients of the lift and drag are reported in the study. Results from both methods are compared and show good qualitative agreement, confirming the validity of the simulations.

**Numerical setup.** The wing geometry follows bioinspired designs from [1,2], measuring  $0.398 \times 0.16 \times 0.001$  m (length $\times$ width $\times$ thickness). Two different approaches are used in this study, method of dynamics grids and sliding mesh approach.

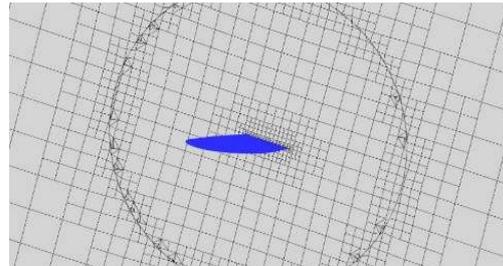
The size of mesh is less than 20 times as compared to the length of the wing, in case of the hexahedral mesh; a boundary layer is added around the wing. In case of the tetrahedral mesh as shown in Fig.1(a), the method of the dynamics is used that allow the wing to flap symmetrically between 30 degree, while in the case of the hexahedral mesh as shown in Fig.1(b), an interface around the wing is created and then interface flap in such way that the wing inside also move as interface flap as shown in Fig.1(b). However, the flapping motion of the both cases is controlled by the UDF (User-Defined-Function) as shown in Eq. 1, written in the c programming language, and imported in the ANSYS Fluent.

$$\theta_{\text{Flap}} = (\theta_{\text{Amplitude}} \times \frac{\pi}{180}) \times \cos(\omega t) \quad (1)$$

Here,  $\theta_{\text{Flap}}$  define the motion of the wing as shown in the Fig.1(c),  $\theta_{\text{Amplitude}} = 30^\circ$  is the flapping amplitude of the wing,  $\omega = 2\pi f$  is the angular velocity and  $f$  is the frequency of the flapping wing.



(a) Tetrahedral mesh



(b) Hexahedral mesh

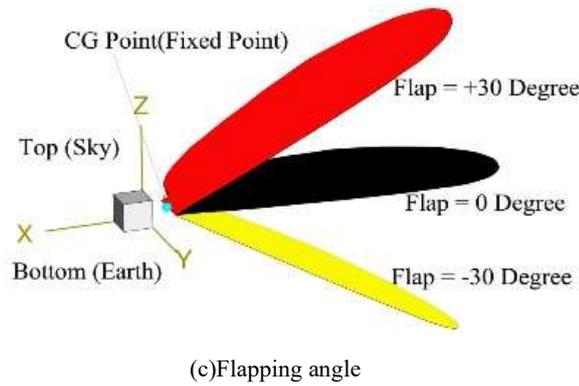


Fig. 1. (a) Tetrahedral mesh, (b) Hexahedral mesh and, (c) Kinematics of the wing

**Results and Discussion.** This study examines the effects of flapping frequency on the aerodynamic performance of a wing, analyzing the coefficients of lift and drag. The wing undergoes symmetric flapping within a 30° range at frequencies fixed frequency of 1 Hz. The results demonstrate a clear trend: as the flapping frequency increases, the amplitude of the lift coefficient rises, while the amplitude of the drag coefficient decreases. Simulations were conducted over five periods, revealing that the flow is highly turbulent during the initial period but gradually stabilizes into a static form over time. This transition from a dynamic to a static flow state is visually evident in the accompanying Fig.2 (a) and (b) respectively. Furthermore, when comparing mesh methods, the dynamic mesh approach consistently produces higher amplitudes for both lift and drag coefficients than the sliding mesh method, highlighting its impact on aerodynamic force generation and it is also validated by the pressure contours show in the Fig.3 (a) and (b). In the case of the dynamic mesh method, the amplitude of the contours of pressure are high as compared to the sliding mesh method.

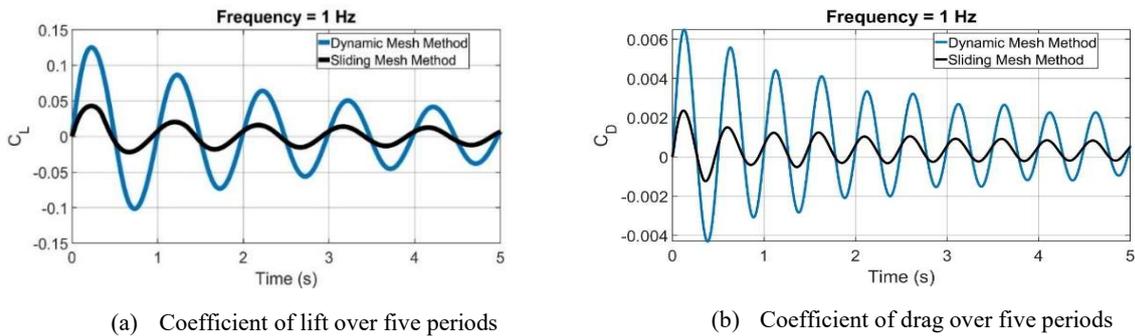


Fig. 2. Comparison of the dynamic and sliding mesh method

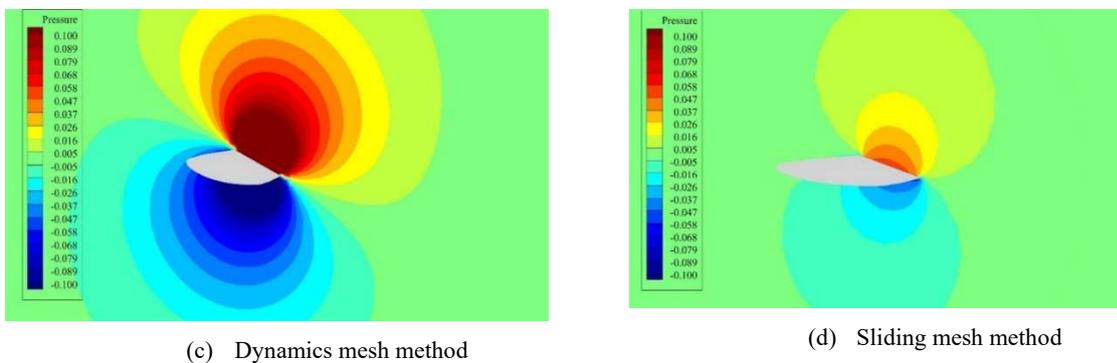


Fig. 3. Comparison of the pressure contours for dynamics and sliding mesh methods

**Conclusion.** In this study, we compared two different methods for enhancing the aerodynamic performance of a wing using computational fluid dynamics (CFD) techniques. The results show good agreement between the two approaches. Both methods perform well but have distinct limitations: the

dynamic mesh method is advantageous when constructing an interface is challenging, whereas the sliding mesh method benefits from maintaining a stable mesh even during interface rotation. Additionally, we compared the use of hexahedral and tetrahedral meshes in this study. The difference in the amplitude of the lift and drag coefficients can be attributed to the different meshing strategies. While both methods are applicable in practice, implementing the hexahedral mesh with the dynamic grid method proves particularly difficult. Despite these challenges, the results demonstrate a high degree of agreement between the two approaches.

*This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation under the Project No. FSMG-2024-0047.*

#### REFERENCES

1. **Zabello, K. K., Shchur, N. A., Gladysheva, E. A., Smirnova, E. Y., Popov, A. V., & Kazantsev, V. B.** Self-consistent numerical model of mosquito dynamics with specified kinematic parameters of wing movement. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2024, 135.
2. **Bomphrey, R. J., Nakata, T., Phillips, N., & Walker, S. M.** Smart wing rotation and trailing-edge vortices enable high frequency mosquito flight. *Nature*, 2017, 544(7648), pp. 92-95.

У.В. АКИМЧЕНКО  
(Самарский университет, Самара)

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ МАЛОГАБАРИТНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

*В работе сравнивается решение задачи переориентации малогабаритного космического аппарата (МКА) с помощью двух методов линеаризации обратной связью (ЛОС): по состоянию и по выходу.*

**Введение.** Управление угловым движением МКА является одной из важных задач для успешной реализации космических миссий. При решении задачи переориентации требуется перевести МКА из некоторого начального состояния в требуемое угловое положение. ЛОС по состоянию и по выходу являются методами ее решения [1]. Настоящая работа посвящена сравнению их для решения задачи управления плоским угловым движением МКА.

**Математическая постановка задачи.** Система описывается уравнениями:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u, \quad y = h(\mathbf{x}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{x} \in R^n$  – вектор состояния,  $u \in R$  – управляющее воздействие,  $y \in R$  – выход системы,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{g}(\mathbf{x})$  – гладкие векторные функции,  $h(\mathbf{x})$  – гладкая функция выхода.

Требуется найти управление в виде

$$u = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v, \quad (2)$$

где  $v$  – новая управляющая функция, такая, что замкнутая система (1) становится линейной.

Переход от нелинейной системы (1) к линейной системе путем преобразования, включающего преобразование обратной связью, называется ЛОС.

ЛОС является не приближенным, а эквивалентным преобразованием, в результате которого получается система, эквивалентная исходной. При ЛОС управление  $u$  заменяется нелинейным преобразованием, которое содержит новое управление  $v$ . Функция преобразования, кроме нового управления, включает вектор состояния (в частном случае только выходную переменную). Поэтому при этом преобразовании объект охватывается обратной связью. Отсюда и название этого преобразования – преобразование обратной связью [1].

Приближенная модель углового движения динамически симметричного МКА в плоскости круговой орбиты имеет вид [2]:

$$\ddot{\alpha} = k_a \sin(\alpha) + k_g \sin(2\alpha) + \frac{u}{I_n}, \quad (3)$$

где  $k_a$  – коэффициент аэродинамического момента;  $k_g$  – коэффициент гравитационного момента.

Коэффициенты вычисляются по формулам:

$$k_a = \frac{a_0 S l q}{I_n}, \quad (4)$$

где  $I_n = I_y = I_z$  – поперечный момент инерции;  $a_0$  – коэффициент аппроксимации синусоидальной зависимостью по углу атаки коэффициента восстанавливающего аэродинамического момента, вычисленного относительно центра масс;  $S$  – характерная площадь КА;  $l$  – характерный линейный размер;  $q$  – скоростной напор;

$$k_g = \frac{3(I_n - I_x)\omega^2}{2I_n}, \quad (5)$$

где  $\omega$  – угловая скорость движения центра масс КА по орбите.

Обозначим вектор фазовых переменных  $\mathbf{x} = [\alpha \quad \dot{\alpha}]^T = [x_1 \quad x_2]^T$ , тогда модель плоского углового движения запишется в виде

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_2 \\ k_a \sin(x_1) + k_g \sin(2x_1) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_n} \end{pmatrix} \quad (6)$$

**ЛОС по состоянию.** При ЛОС по состоянию осуществляется линеаризация динамики нелинейной системы. В соответствии с алгоритмом, описанным в [1], управляющая функция для системы (6) будет иметь вид:

$$u = I_n [-k_a \sin(x_1) - k_g \sin(2x_1) + v], \quad (7)$$

где в качестве управления для эквивалентной линейной системы принят регулятор

$$v = -k_1 x_1 - k_2 x_2. \quad (8)$$

**ЛОС по выходу.** Изначально, в нелинейной системе (1) переменная  $y$  не связана с управлением  $u$ , но, применяя ЛОС по выходу, можно получить прямую зависимость между выходом  $y$  и входом  $u$  путем линеаризации этой связи.

В качестве выхода  $y$  принимается угол  $\alpha$ , то есть

$$y = x_1. \quad (9)$$

Согласно алгоритму, также описанному в [1], управляющая функция для системы (6) соответствует (7), однако управление для эквивалентной системы  $v$  примет вид  $v_1$ :

$$v_1 = \ddot{y}_g - k_1 \dot{e} - k_2 e, \quad (10)$$

где  $e(t)$  – ошибка слежения, изменяющаяся по закону

$$\ddot{e} + k_1 \dot{e} + k_2 e = 0, \quad (11)$$

$$e = y - y_g, \quad \dot{e} = \dot{y} - \dot{y}_g, \quad \ddot{e} = \ddot{y} - \ddot{y}_g, \quad (12)$$

а  $y_g, \dot{y}_g, \ddot{y}_g$  – желаемая траектория.

**Результаты моделирования.** Для сравнения методов ЛОС по состоянию и по выходу было

проведено моделирование. Требовалось за время  $t = 5400$  с перевести объект из начального положения  $\alpha_0 = 30^\circ$ ,  $\dot{\alpha}_0 = 0,3^\circ/\text{с}$  в конечное  $\alpha_k = 15^\circ$ ,  $\dot{\alpha}_k = 0^\circ/\text{с}$ . При этом в контур обратной связи и в виде внешнего момента добавлялась случайная величина, распределенная по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и заданным среднеквадратическим отклонением  $\sigma$ . На рис.1 приведены фазовые портреты, получаемые при разных среднеквадратических отклонениях случайной величины в контуре обратной связи. В качестве меры ошибки принята разница  $\varepsilon$  между конечным положением при моделировании и требуемым. В таблице 1 приведены результаты моделирования.

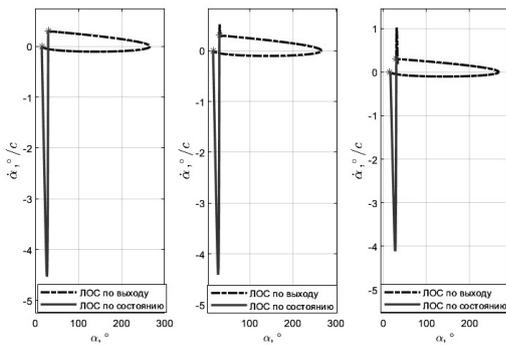


Рис. 1 Фазовые портреты

Т а б л и ц а 1

Метод	Контур обратной связи				Внешний момент			
	$\sigma_\alpha = 0,01^\circ$ , $\sigma_{\dot{\alpha}} = 0,0001^\circ/\text{с}$		$\sigma_\alpha = 0,1^\circ$ , $\sigma_{\dot{\alpha}} = 0,001^\circ/\text{с}$		$\sigma_P = 0,01$		$\sigma_P = 0,1$	
	$\varepsilon_\alpha,^\circ$	$\varepsilon_{\dot{\alpha}},^\circ/\text{с}$	$\varepsilon_\alpha,^\circ$	$\varepsilon_{\dot{\alpha}},^\circ/\text{с}$	$\varepsilon_\alpha,^\circ$	$\varepsilon_{\dot{\alpha}},^\circ/\text{с}$	$\varepsilon_\alpha,^\circ$	$\varepsilon_{\dot{\alpha}},^\circ/\text{с}$
ЛОС по состоянию	0,39	0,0	1,37	0,0	0,02	0,0	0,49	0,0
ЛОС по выходу	0,41	0,0	1,32	0,0	0,17	0,0	4,86	0,0

**Заключение.** В работе произведено решение задачи переориентации с помощью ЛОС. По результатам моделирования оба метода ЛОС более чувствительны к ошибке по углу, чем по угловой скорости, однако ЛОС по состоянию оказался точнее ЛОС по выходу. Также оба метода с высокой точностью позволяют демпфировать угловую скорость при наличии ошибки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Ким Д.П.** Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. С. 172–189.
2. **Белоконов И.В., Тимбай И.А.** Движение наноспутника относительно центра масс на околоземных орбитах. М: Самарский университет, 2020. С. 32–34.

U.V. Akimchenko, (Samara National Research University). **Solution to the problem of small spacecraft reorientation using feedback**

Abstract. The paper studies the solution to the reorientation problem of a small spacecraft using two methods of feedback linearization: state feedback linearization and output feedback linearization.

В.С. ТЮЛЬНИКОВ  
(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

## ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА МНОГОПУТЕВОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ В СЕТЯХ С УСКОРЕННОЙ ДОСТАВКОЙ СООБЩЕНИЙ

*Рассмотрен алгоритм многопутевой маршрутизации сообщений в сетях подводных аппаратов. Приведено описание программной среды моделирования, реализующей предложенный алгоритм, и результаты модельных экспериментов.*

**Введение.** В настоящее время все более актуальной становится задача проведения подводных исследований группами подводных аппаратов [1]. Информационный обмен между аппаратами в группе осуществляется посредством гидроакустической связи, которой свойственны такие недостатки как низкая скорость обменов информацией, ограниченная дальность связи и др. [2, 3]. При планировании информационных обменов в сетях подводных аппаратов важное место занимает маршрутизация сообщений, так как в связи с ограниченной дальностью передачи гидроакустического сигнала требуется осуществлять ретрансляцию передаваемых сообщений, в результате чего они передаются по многошаговым маршрутам. От того, какой маршрут передачи сообщения выбран, может зависеть не только время его доставки, но и эффективность функционирования всей сети. В сетях с большим количеством узлов имеет место многопутевая маршрутизация [4 – 11]. Целью настоящей работы является исследование алгоритма многопутевой маршрутизации в сетях с ускоренной доставкой сообщений.

**Алгоритм многопутевой маршрутизации.** Математическая постановка решаемой задачи заключается в следующем. Предполагается, что анализируемая сеть задана направленным графом  $G(E, V)$ , где  $E$  – множество ребер,  $V$  – множество вершин. При этом ребра графа  $\{\rho_i \mid i = \overline{1, n}\}$  взвешены значениями  $\{w_i \mid i = \overline{1, n}\}$  расстояний между инцидентными вершинами ( $n$  – число ребер в графе  $G(E, V)$ ). Требуется для заданной пары вершин графа найти необходимое количество кратчайших непересекающихся путей. Понятно, что успешность решения поставленной задачи зависит от свойств графа и от эффективности применяемых средств анализа. Может так оказаться, что между выделенными вершинами непересекающихся путей нет, либо эти пути не являются кратчайшими. Поэтому на практике предметом поиска могут быть, например, пути с минимальным числом пересечений. Именно эта схема решения выбрана в данной работе.

*Алгоритм 1.*

1. Построить кратчайший путь с использованием алгоритма Дейкстры [12]. Пусть он включает  $n_{кр}$  ребер, а его длина равна  $l_{кр} = \sum_{i=1}^{n_{кр}} w_{кр,i}$ .

2. Перейти к анализу графа  $G'(E', V)$ , который получается путем исключения из графа  $G(E, V)$  ребер кратчайшего пути.

3. Построить в графе  $G'(E', V)$  дублирующий путь с использованием алгоритма, который отличается от алгоритма Дейкстры содержанием правил обработки весов  $\{S_j = (R_j, W_j) \mid j = \overline{1, m}\}$  в вершинах  $\{v_j \mid j = \overline{1, m}\}$  графа  $G'(E', V)$ , имеющими для ребра  $\rho$ , инцидентного вершинам  $v_k$  и  $v_j$ , следующий вид:

$$\begin{aligned} - & R_j(t+1) = \min \{(R_k(t) + r_i), R_j(t)\}, \\ - & W_j(t+1) = \begin{cases} W_k(t) + w_i, & \text{если } (R_k(t) + r_i) < R_j(t), \\ \min\{W_k(t) + w_i, W_j(t)\}, & \text{если } (R_k(t) + r_i) = R_j(t). \end{cases} \end{aligned}$$

**Исследование алгоритма многопутевой маршрутизации.** Для исследования предложенного алгоритма реализована программная среда имитационного моделирования в основе которой лежат физические принципы и характеристики имеющегося в АО «Концерн «ЦНИИ

«Электроприбор» технического задела [3], в том числе дальность связи, принцип разделения каналов связи и то, что абоненты работают в системе единого времени. Также модель учитывает особенности сетей подводных аппаратов и позволяет оценить эффективность алгоритма многопутевой маршрутизации. Среда реализована на языке C++ с использованием фреймворка QT.

Среда имитационного моделирования состоит из нескольких компонентов. Класс «Симулятора» имеет глобальный счетчик времени и обеспечивает планирование событий (изменений позиций абонентов, передачи/приема сообщений). Класс «Среды» задает параметры сети: создает граф связности, инициализирует узлы, обеспечивает проведение эксперимента, управляет фазами работы модемов абонентов. Вершины графа представлены классом «Узел». Каждый объект этого класса имеет уникальный идентификатор, начальные координаты и скорость, а также содержит внутри себя класс «Модем» - программную модель акустического модема. Класс «Модем» реализует приём и отправку сообщений узлами, управляет исходящей очередью сообщений, хранит список полученных ранее сообщений. Класс «Сообщения» реализует непосредственно информацию, которой обмениваются между собой абоненты, и содержит заголовок, в котором хранятся уникальные номера самого сообщения, исходного и текущего отправителей, следующего получателя, отметку времени создания, TTL, размер информативной части, контрольную сумму, информацию о текущем положении и скорости узла-отправителя, которая используется модемом для расчёта задержки при передаче сообщения.

Для проведения моделирования использовался статичный граф, состоящий из 11 узлов, и имеющий 3 непересекающихся пути от узла «0» до узла «10». Для каждого узла были заданы координаты и скорость. Узел «0» генерировал 30 сообщений «большого» объёма, которые должны быть доставлены до узла «10». Выполнялось 2 эксперимента: в первом использовался только кратчайший путь (однопутевая маршрутизация), во втором поочередно были использованы 3 непересекающихся пути (многопутевая маршрутизация).

В результате экспериментов было показано, что при использовании алгоритма многопутевой маршрутизации суммарное время доставки сообщений было снижено с 1054930 у. е. до 669135 у. е., т. е. на 57,6%.

**Заключение.** В работе рассмотрен алгоритм многопутевой маршрутизации в сетях подводных аппаратов, обеспечивающий ускоренную доставку сообщений за счет распределения сообщений по непересекающимся маршрутам. Приведены результаты эксперимента, показавшие целесообразность использования предложенного алгоритма в сравнении с алгоритмами однопутевой маршрутизации в сетях подводных аппаратов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Инзарцев А. В., Киселев Л. В., Костенко В. В., Матвиенко Ю. В., Павин А. М., Щербатюк А. Ф.** Подводные робототехнические комплексы: системы, технологии, применение. Владивосток: Институт проблем морских технологий Дальневосточного отделения Российской академии наук, 2018. 368 с.
2. **Федосов В. П.** и др. Сети связи для подводных автономных роботизированных комплексов : монография / В. П. Федосов, С. П. Тарасов, В. В. Воронин, С. В. Кучерявенко, П. П. Пивнев, А. А. Легин, А. В. Ломакина, В. А. Франц. – Ростов-на-Дону, Таганрог: Издательство Южного Федерального университета, 2018. – 178 с.
3. **Skorodumov Iu.M., Gruzlikov A.M., Lukoyanov E.V., Toropov A.B., Litunenko E.G., Mukhin D.A** Information Exchange in Underwater Acoustic Network // 2022 International Conference on Ocean Studies (ICOS). Vladivostok, Russia, 2022. P. 71-76.
4. **Еременко А.С.** Поточковая модель многопутевой маршрутизации по непересекающимся путям в телекоммуникационной сети // Проблемы телекоммуникаций. 2015. № 1. С. 85 – 93.
5. **Богатырев В.А., Ту Л.А., Абрамова Е.А.** Перераспределение потоков сети с многопутевой маршрутизацией // Электротехника и электронные устройства, № 4, 2022.
6. **Zuo, Y., Ling, Z., Yuan, Y. A.** Hybrid multi-path routing algorithm for industrial wireless mesh networks // J Wireless Com Network 2013, 82 (2013).
7. **Venkatesh K., Srinivas L., Krishnan M.M., Shanthini A.** QoS improvisation of delay sensitive communication using SDN based multipath routing for medical applications. Future Generation Computer Systems 2019; 93: 256–65.
8. **Ducatelle F, Di Caro GA, Gambardella L.M.** Ant agents for hybrid multipath routing in mobile ad hoc networks // Proceedings of the Second Annual Conference on Wireless On-demand Network Systems and Services (WONS 2005) St Moritz, 19–21 January 2005, pp. 44–53.
9. **Sahhaf S., Tavernier W., Colle D., Pickavet M.** Adaptive and reliable multipath provisioning for media transfer in SDN-based overlay networks. Computer Communications 2017; 106: 107-16

10. **Корячко В.П., Перепелкин Д.А.** Разработка и исследование математической модели многопутевой адаптивной маршрутизации в сетях связи с балансировкой нагрузки // «Электросвязь», № 12, 2014.
11. **Rajasekaran K., Balasubramanian K.** Energy Conscious based Multipath Routing Algorithm in WSN // International Journal of Computer Network and Information Security (IJCNIS), Vol.8, No.1, pp.27-34, 2016
12. **Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К.** Алгоритмы: построение и анализ. М. «Вильямс», 2010. 1296 с.

V.S. Tiulnikov (Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg).

*Abstract.* A multipath message-routing algorithm for underwater vehicle networks is examined. A description of the simulation software environment that implements the proposed algorithm is provided, along with the results of the modeling experiments.

Н. В. МИХАЛЬКОВ<sup>1</sup>  
(Университет ИТМО, г. Санкт-Петербург)

## АДАПТИВНОЕ КОМПЕНСАЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДЛЯ КЛАССА СИСТЕМ С НЕЛИНЕЙНЫМ ГЕНЕРАТОРОМ ВОЗМУЩЕНИЙ

*Представлен алгоритм синтеза компенсационного управления с использованием адаптивного наблюдателя неизмеряемых переменных состояния для систем с нелинейными моделями возмущений, рассмотренный на примерах механических и электромеханических систем с различными моделями трения. Предложенный подход позволяет обеспечить желаемое качество управления в задачах слежения, и использует современные алгоритмы оценки параметров, такие как метод динамического расширения регрессора и смешивания.*

**Введение.** Рассматривая синтез систем управления для реальных технических систем как инженерную задачу, часто можно столкнуться с ситуацией, когда контроллер, построенный с использованием упрощенной и, зачастую, линейной модели, не способен обеспечить достаточное качество управления [1]. Примером такой ситуации может быть управление механическим манипулятором или электроприводом, когда неизбежны проявления эффектов трения в сочленениях [2]. Особенностью моделей трения, описывающих эти эффекты, является их нелинейность [3, 4], а также изменчивость параметров от текущего состояния окружающей среды. По этой причине целесообразно использовать адаптивные подходы для онлайн идентификации неизвестных параметров модели, а также построения наблюдателей неизмеряемых переменных состояния. Некоторые из современных подходов к синтезу наблюдателей для систем подобного типа полагаются на такие методы, как обобщенный наблюдатель на основе оценки параметров (GREVO) [5] и наблюдатель на основе процедуры динамического расширения и смешивания регрессора (DREMBAO) [6], способны обеспечить решение подобных задач за счет преобразования задачи оценки неизмеряемых переменных состояния к задаче оценивания неизвестных параметров, однако требуют определенных модификаций для применения к механическим системам с трением, описываемым посредством моделей Даля [4] и ЛуГре [7]. Доклад посвящен алгоритму синтеза компенсационного управления для систем такого класса.

**Постановка задачи.** В обобщенном виде рассматриваемая стационарная нелинейная динамическая система имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + Tf_1(x(t), z(t), \theta_1), \\ \dot{z} = z(t)f_2(x(t), \theta_2) + f_3(x(t), \theta_3), \\ y(t) = C^T x, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  – вектор переменных состояния системы,  $z(t) \in \mathbb{R}^r$  – вектор состояния подсистемы генератора возмущения,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  – сигнал управления системой,  $y(t) \in \mathbb{R}^s$  – выходной сигнал,  $\theta_1 \in \mathbb{R}^{l_1}$ ,  $\theta_2 \in \mathbb{R}^{l_2}$ ,  $\theta_3 \in \mathbb{R}^{l_3}$  – векторы неизвестных параметров системы,  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ ,

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{n \times s}$ ,  $T \in \mathbb{R}^{n \times p}$  – известные стационарные матрицы,

$f_1(\cdot)$ ,  $f_2(\cdot)$ ,  $f_3(\cdot)$  – функции известного вида.

В рассматриваемой системе (1) сигналы  $u(t)$  и  $y(t)$  известны и ограничены.

Дополнительно для системы (1) задан желаемый выходной сигнал  $y_{ref}(t)$ , являющейся ограниченной гладкой функцией, и существует номинальный регулятор  $u_{nom}(y, y_{ref})$  обеспечивающий  $|y_{ref} - y| \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$  при  $f_1(\cdot), f_2(\cdot), f_3(\cdot) \equiv 0$ . В предлагаемом автором докладе допущается, что  $f_1(x, z, \theta_1)$  – аффинная по  $z$ , функции  $f_2(\cdot)$  и  $f_3(\cdot)$  являются ограниченными дробно-рациональными функциями конечной степени,  $\text{rank}(B) \geq \text{rank}(T)$ . Тогда возможно синтезиро-

<sup>1</sup> Научный руководитель: д.т.н., декан, в.н.с. Пыркин А.А.

вать компенсационное управление  $u_{comp}$ , которое при  $u(t) = u_{comp}(t) + u_{nom}(t)$  для системы (1) обеспечит  $|y_{ref} - y| \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$ .

**Синтез компенсационного управления.** Для синтеза такого управления предлагается алгоритм из следующих шагов:

1. Итеративным дифференцированием и постановкой выражения для  $\dot{z}(t)$  система (1) приводится к линейному регрессионному уравнению (ЛРУ) относительно вектора неизвестных параметров  $\eta \in \mathbb{R}^\rho$ ,  $\rho \geq r$ .

На этом шаге допускается, что существуют преобразования  $\mathcal{M}(\cdot)$  и  $\mathcal{M}^{-1}(\cdot)$ , такие что  $\mathcal{M}(\theta) = \eta$  и  $\mathcal{M}^{-1}(\eta) = \theta$ . Стоит отметить, что в общем случае  $\mathcal{M}^{-1}(\cdot)$  является суръективным отображением.

2. Используя линейные ограниченные операторы совместно с леммой о перестановках (Swapping Lemma) [8], формируется линейная регрессионная модель, содержащая исключительно измеряемые сигналы  $y(t)$  и  $u(t)$ .

3. Посредством процедуры динамического расширения и смешивания регрессора ЛРУ разрешаются относительно  $\hat{\eta}$  с последующим восстановлением оценки  $\hat{\theta}$  с помощью преобразования  $\mathcal{M}^{-1}(\cdot) : \mathcal{M}^{-1}(\hat{\eta}) = \hat{\theta}$ .

4. Используя оценку параметров  $\hat{\theta}$ , методом DREМBAO [6] строится адаптивный наблюдатель для неизмеряемой переменной состояния  $\hat{z}$ .

5. Строится оценка возмущения  $\hat{f}_1(t)$  как  $\hat{f}_1(t) := f_1(y, \hat{z}, \hat{\theta}_1)$ .

6. Используя  $\hat{f}_1(t)$  синтезируется компенсационное управление  $u_{comp}(t)$  как

$$\begin{aligned} u_{comp}(t) &= R(p) [-\hat{f}_1(y, \hat{\theta}, \hat{z})] \\ R(p) &\triangleq W_u(p)^{-1} W_z(p) \\ W_u(p) &\triangleq C^\top (pI - A)^{-1} B \\ W_z(p) &\triangleq C^\top (pI - A)^{-1} T, \end{aligned}$$

где  $p \equiv \frac{d}{dt}$ ,  $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$  – единичная матрица.

Используя предложенный в докладе рассмотрен синтез компенсационного управления для простой механической системы:

$$\begin{aligned} m\dot{v}(t) &= u(t) - F(t), \\ F(t) &= \sigma_0 z(t) + \sigma_1 \dot{z}(t) + \sigma_2 v(t), \\ \dot{z}(t) &= v(t) - \frac{|v(t)|}{g(v(t))} z(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $m$  – масса тела,  $u(t)$  – управляющее воздействие,  $F(t)$  – сила трения,  $v(t)$  – скорость тела. В докладе рассмотрены две модели вида (2) с различными функциями  $g(v(t))$ :  $g(v(t)) = \frac{F_C}{\sigma_0}$  и  $g(v(t)) = \frac{F_C}{\sigma_0} + \frac{F_S - F_C}{\sigma_0} \frac{1}{1 + v^2/v_S^2}$  (модель Даля и ЛуГре соответственно);  $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, F_C, F_S, v_S$  – неизвестные параметры модели. Для системы (2) в уравнении общего вида (1) соответствуют:  $f_1(x(t), z(t), \theta_1) \equiv -F(t)$ ,  $f_2(x(t), \theta_2) \equiv -\frac{|v(t)|}{g(v(t))}$ ,  $f_3(x(t), \theta_3) \equiv v(t)$ .

Дополнительно рассмотрен случай многоканальной системы, представляющей собой модель электромеханического манипулятора с трением в шарнирах, управляемого с помощью актуаторов на основе синхронного двигателя с постоянными магнитами. Для всех примеров приведены результаты численного моделирования, позволяющие утверждать об эффективности предложенного алгоритма для рассматриваемого класса систем.

**Заключение.** В докладе представлен алгоритм синтеза компенсационного управления для стационарных систем с параметрически неопределенным нелинейным генератором возмущений, использующий адаптивный подход, позволяющий свести задачу оценки неизвестных переменных состояния к задаче оценивания неизвестных параметров регрессионного уравнения. Работоспособность и эффективность предложенного алгоритма подтверждена результатами численного моделирования для различных технических систем.

*Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ  
(паспорт госзадания № FSER-2025-0002)*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Fradkov A.L., Miroshnik I.V., Nikiforov V.O.** Nonlinear and adaptive control of complex systems. Berlin: Springer Science & Business Media, 2013. Vol. 491.
2. **Kermani M.R., Patel R.V., Moallem M.** Friction identification and compensation in robotic manipulators. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2007. Vol. 56. № 6. P. 2346–2353.
3. **Pennestri E., Valentini P.P., Vita L.** Multibody dynamics simulation of planar linkages with Dahl friction. Multibody System Dynamics. 2007. Vol. 17. № 4. P. 321–347.
4. **Piatkowski T.** Dahl and LuGre dynamic friction models—The analysis of selected properties. Mechanism and Machine Theory. 2014. Vol. 73. P. 91–100.
5. **Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D.** Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors. Automatica. 2021. Vol. 129. P. 109635.
6. **Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S.** Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing. Systems & Control Letters. 2019. Vol. 133. P. 104519.
7. **Johanåström K., Canudas-de-Wit C.** Revisiting the LuGre friction model. IEEE Control Systems Magazine. 2008. Vol. 28. № 6. P. 101–114.
8. **Morse A.** Global stability of parameter-adaptive control systems. IEEE Transactions on Automatic Control. 1980. Vol. 25. № 3. P. 433–439.

N.V. Mikhalkov, (ITMO University, Saint-Petersburg). **Adaptive Compensatory Control for a Class of Systems with a Nonlinear Disturbance Generator**

*Abstract.* The report presents an approach to synthesizing compensatory control using an adaptive observer for unmeasured state variables in systems with nonlinear disturbance models, illustrated by examples of mechanical and electromechanical systems with various friction models. The proposed method ensures the desired control performance in tracking tasks and employs modern parameter-estimation algorithms—such as the dynamic regressor extension and mixing technique.

И. А. УЛЬЧЕНКО, М. С. ГЛУШКОВ, Д. С. ДРОБОТ, Д. В. ХАЖЕЕВ, Н. А. ВОЛКОВ, А. А. БЕЛКАНОВ  
(АО «Концерн «Моринсис-Агат», Москва)

## ОБ ОПЫТЕ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ СУДНА В АКЦИОНЕРНОМ ОБЩЕСТВЕ «КОНЦЕРН «МОРИНСИС-АГАТ»

*Представлен опыт и оригинальные подходы к реализации математических моделей динамики движения судов в Акционерном Обществе «Концерн «Моринсис-Агат». Рассмотрены ключевые этапы построения моделей, метод идентификации параметров модели на основе записей испытаний и оптимизации, критерии оценки точности результатов моделирования.*

**Введение.** Математическое моделирование динамики судов является неотъемлемой частью современной разработки автоматических систем управления движением судов [1–4], обучающих тренажеров [5, 6], систем помощи судоводителю [1, 4], а также различных корабельных систем и комплексов [1, 7]. Математическое моделирование позволяет снизить количество дорогостоящих испытаний, сократить время разработки и выявить на ранних этапах ошибки, возможные при реализации алгоритмов автоматического управления [8]. В научной литературе, посвященной этой тематике, представлено множество различных моделей и их модификаций [1–18]. Целью настоящего реферата является освещение ключевых этапов, оригинальных подходов и опыта разработки математических моделей динамики движения судов в Акционерном обществе «Концерн «Моринсис-Агат».

**Математические модели динамики судов.** Ключевыми этапами разработки математической модели динамики судов являются: 1) постановка цели моделирования в зависимости от дальнейшего применения модели; 2) анализ известных решений и выбор соответствующего типа математической модели; 3) выбор метода и шага интегрирования; 4) реализация математической модели в виде программного кода; 5) идентификация недостающих входных сигналов модели при помощи алгоритмов наблюдателей при необходимости; 6) идентификация параметров математической модели на основе записей испытаний; 7) выбор критерия и оценка точности полученных результатов; 8) модифицирование моделей, если необходимо улучшить полученные результаты; 9) применение разработанной модели.

Основные структурные блоки математической модели динамики судна: 1) основные уравнения движения судна; 2) гидродинамические силы и моменты вязкостного сопротивления воды, действующие на корпус судна; 3) силы и моменты, обусловленные работой рулевых устройств и движителей; 4) внешние воздействия на судно (ветер, течение, волнение); 5) условия плавания (глубина и узость акватории, обледенение, плотность воды).

Судно обладает шестью степенями свободы. В общем виде его динамика описывается системой уравнений [2, 5, 6, 11], представленной ниже, которая состоит из трех уравнений, описывающих линейное движение, и трех уравнений, описывающих вращение.

$$\begin{cases} m_x \frac{dv_x}{dt} + m_y \omega_z v_y - m_z \omega_y v_z = F_x; \\ m_y \frac{dv_y}{dt} + m_z \omega_x v_z - m_x \omega_z v_x = F_y; \\ m_z \frac{dv_z}{dt} + m_x \omega_y v_x - m_y \omega_x v_y = F_z; \\ J_x \frac{d\omega_x}{dt} = M_x; \\ J_y \frac{d\omega_y}{dt} + (J_z - J_x) \omega_x \omega_z + (m_z - m_x) v_x v_z = M_y; \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} + (J_x - J_y) \omega_x \omega_y + (m_x - m_y) v_x v_y = M_z, \end{cases}$$

где массы  $m_x, m_y, m_z$  и моменты инерции  $J_x, J_y, J_z$  связаны с движением вдоль продольной, поперечной и вертикальной осей судна;  $F_x, F_y, F_z$  – проекции главного вектора внешних сил на соответствующие оси;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – угловые скорости ( $\omega_x$  – скорость крена,  $\omega_y$  – скорость дифферента,  $\omega_z$  – скорость рыскания);  $v_x, v_y, v_z$  – проекции вектора линейной скорости относительно земли;  $M_x, M_y, M_z$  – моменты внешних сил.

Для разработки систем автоматического траекторного управления систему уравнений часто упрощают до описания плоскопараллельного движения [6, 17]. В ходе исследования рассматривались известные математические модели динамики судна двух типов, а также их комбинации, упрощенные [19]: Номото [16], Норрбина [18], Беха [17], модель из международного стандарта IEC-62065 [15]; полные модели: Першица [10], Японских инженеров [10], Войткусского [11], Mathematical Modeling Group (MMG) [12], Крыловского центра [14]. Для моделирования уравнений линейного движения в упрощенных моделях применяется формула Мунка [10]. В результате работы получены коэффициенты, модифицирующие модель Японских инженеров, применение которых позволило значительно повысить точность данного типа модели.

Для того, чтобы получить релевантное сравнение результатов моделирования упрощенных и полных моделей, предлагается использовать наблюдатель эффективного упора, основанный на работе пропорционально-интегрирующего регулятора (ПИ-регулятора). Входным сигналом наблюдателя является рассогласование между смоделированной линейной скоростью из записи испытаний, выходной сигнал – эффективный упор. Алгоритмы наблюдателей также могут применяться для идентификации недостающих входных сигналов модели, к примеру, внешних возмущений. Важным этапом моделирования является учет физических свойств исполнительных механизмов (задержка, амплитуда и скорость изменения сигналов, смещение нуля, нелинейности передаточных характеристик).

В работе [13] приведен сравнительный анализ методов интегрирования Эйлера и Рунге-Кутты, а также анализ влияния шага интегрирования. Выбор метода и шага интегрирования непосредственно влияют на точность и вычислительную сложность решения дифференциальных уравнений моделей. В настоящей работе применен метод интегрирования Эйлера с шагом 0,1 с, как наименее вычислительно затратный и позволяющий получить приемлемую точность [13].

В рамках исследования методов идентификации параметров математических моделей путем сравнения предложенных в работах [2, 13, 20, 21] подходов, предлагается использовать алгоритм идентификации параметров моделей на основе записей испытаний судна и метода оптимизации *Bound Optimization By Quadratic Approximation* «BOBYQA» библиотеки NLOpt языка C++. Данный метод выбран в сравнении с другими, благодаря его точности, сходимости, а также доступности, так как является частью открытой библиотеки. Во время оптимизации минимизировался критерий, состоящий из суммы взвешенных среднеквадратических ошибок (СКО) по скорости рыскания и продольной скорости судна. К идентифицируемым параметрам относятся: присоединенные массы и полная масса судна, моменты инерции, осадка, смещение нуля рулевых устройств, параметры математических моделей.

Важные моменты, за которыми необходимо следить во время реализации математических моделей: размерности переменных, согласование знаков, использование нормализации.

В настоящее время нет общепринятых методов оценки точности результатов математического моделирования динамики судов. Ряд авторов применяют метод оценки точности моделирования тактического диаметра циркуляции [12, 13], в работе [21] оцениваются параметры маневра «Зиг-заг», в диссертации Сотникова И.И. [13] предлагается метод расчета СКО многокритериальной оценки. В настоящей работе предлагается в качестве оценки точности моделирования криволинейного движения судна использовать СКО скорости рыскания судна в абсолютном и процентном исчислении, как один из наиболее информативных показателей, характеризующий данный тип движения, который можно измерить при наличии инерциальных систем навигации.

Оценку результатов точности моделей необходимо производить не только на основе идентифицированных параметров для отдельных записей испытаний, но и с усредненными идентифицированными параметрами, что позволяет сделать вывод об универсальности применения выбранной модели для различных типов маневров.

В настоящей работе оценка точностей математических моделей производилась на основе записей испытаний буксира «Николай Семенченко» проекта NE011.

**Результаты.** Наилучшие результаты среди упрощенных моделей по критерию точности СКО скорости рыскания показала модель Номото (при идентификации на отдельных записях испытаний 27,86%, 0,0026 рад/с; при усредненных идентифицированных параметрах: 82,42%, 0,0073 рад/с), среди полных моделей: модифицированная модель Японских инженеров (32,76%, 0,0028 рад/с и 51,56%, 0,0046 рад/с соответственно). На основе полученных результатов сделан вывод, что полные модели имеют большую универсальность и точность при моделировании различных маневров, чем упрощенные модели. Результаты моделирования, полученные в настоящей работе, так же сравнивались с результатами диссертации Сотникова [13]. По критерию относительного отклонения скорости рыскания модифицированная модель Японских инженеров показала результат 13,7%, обобщенная модель Сотникова от 4,33 до 8,18%.

**Заключение.** В реферате представлены ключевые этапы, оригинальные подходы и опыт разработки математических моделей динамики движения судна в Акционерном обществе «Концерн «Моринсис-Агат». Основные полученные результаты: реализованы и оценены точности многих известных математических моделей динамики судов; получены коэффициенты, модифицирующие модель Японских инженеров, применение которых позволило значительно повысить точность данного типа модели; предложен подход к идентификации параметров математических моделей на основе метода оптимизации *Bound Optimization By Quadratic Approximation*.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вагущенко Л. Л., Цымбал Н. Н. Системы автоматического управления движением судна // Одесса: Феникс. 2007. 328 с.
2. Лукомский Ю.А., Чугунов В. С. Системы управления морскими подвижными объектами // Л.: Судостроение. 1988. С. 272 с.
3. Оськин Д.А., Бочарова В.В., Осипов С.В. Математические модели динамики судов, оснащенных винторулевыми колонками // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. №3. С. 124-132.
4. Галеев Р.Э. О выборе математической модели для построения траектории движения судна в системе поддержки принятия решений судоводителем // Научные проблемы водного транспорта. 2022. №. 74. С. 162-173.
5. Ueng S. K., Lin D. Liu C. H. A Ship Motion Simulation System // Virtual reality. 2008. Vol. 12. P. 65-76.
6. Амбросовский В.М., Амбросовская Е.Б. Математические модели движения переднего хода МПО для отладочных стендов // Деп. рук. ВИНТИ от. 2018. №. 62.
7. Sutulo S., Moreira L., Soares C. G. Mathematical models for ship path prediction in manoeuvring simulation systems // Ocean engineering. 2002. Vol. 29. №. 1. P. 1-19.
8. Das L. C. S., Talole S. E. Evolution of ship's mathematical model from control point of view system. 2016. Vol. 1000. 6 p.
9. Юдин Ю.И., Сотников И.И. Математические модели плоскопараллельного движения судна. Классификация и критический анализ // Вестник Мурманского государственного технического университета. 2006. Т. 9. №. 2. С. 209а.
10. Гофман А.Д. Движительно-рулевой комплекс и маневрирование судна: Справочник. Судостроение, 1988.
11. Войткунский Я.И., Першиц Р.Я., Титов И.А. Справочник по теории корабля // Л.: Судпромгиз. 1960. 228 с.
12. Yasukawa H., Yoshimura Y. Introduction of MMG standard method for ship maneuvering predictions // Journal of marine science and technology. 2015. Vol. 20. P. 37-52.
13. Сотников И.И. Математические модели, вычислительные схемы анализа и компьютерное моделирование движения судна: дис. канд. техн. наук. НГУ им. Ярослава Мудрого. Нижний Новгород, 2007. 200 с.
14. Афремов А.Ш., Мартисов Г.Г., Немзер А.И. и др. Средства активного управления судами. 2-е изд. Санкт-Петербург: Крыловский государственный научный центр. 2016. 182 с.
15. International standart IEC 62065:2014 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://webstore.iec.ch/en/publication/6431> (дата обращения: 01.09.2024).
16. Nomoto K. et al. On the steering qualities of ships // International shipbuilding progress. 1957. Vol. 4. №. 35. P. 354-370.
17. Bech M.I., Smitt L. Analogue simulation of ship maneuvers // Hydro-Og and Aerodynamics Laboratory, Ny. 1969. Vol. 14.
18. Norrbin N. On the design and analysis of the zig-zag test on base of quasi-linear frequency response. 1963. №. SSPA B 104-3.
19. Ульченко И. А., Николаев А. А., Хажеев Д. В., Волков Н. А., Глушков М. С., Белканов А. А., Сравнительный анализ математических моделей динамики судов // Нелинейный мир. 2025. № 2(23). С. 38-49.
20. Бурылин Я.В., Идентификация нелинейной модели движения судна и адаптивное управление по траектории: дис. канд. техн. наук. Морской государственный университет имени адмирала Г.И. Невельского. Новороссийск, 2018. 133 с.
21. Агарков С.А., Пашенцев С.В. Параметрическая идентификация обобщенной модели Номото с помощью аппарата вариационного исчисления // Вестник Мурманского государственного технического университета. 2015. Т. 18. № 1. С. 7-11.

I. A. Ulchenko, M. S. Glushkov, D. S. Drobot, D. V. Khazheev, N. A. Volkov, A. A. Belkanov (JSC «Concern «Morincis-Agat», Moscow) **The experience of developing vessel motion dynamics mathematical models in the joint-stock company «Concern «Morincis-Agat»**

*Abstract.* The report presents the experience and original approaches to mathematical models modeling of vessel dynamics in the Joint-Stock Company «Concern «Morincis-Agat». The key stages of mathematical modeling, a method for identifying model parameters based on test data and optimization, criteria for evaluating the accuracy of modeling results are considered.

## ЗАСЕДАНИЕ 2. ПРИБОРЫ НАВИГАЦИИ

В.В. ЧАЛКОВ<sup>1</sup>,  
(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», С.-Петербург)

### АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССИИ МАГНИТНОГО МОМЕНТА В КВАНТОВЫХ ДАТЧИКАХ ВРАЩЕНИЯ

*Рассматриваются методы реализации обратной связи в квантовых датчиках вращения, обеспечивающие поддержание устойчивой прецессии магнитного момента ядер ксенона. Проведён сравнительный анализ естественного и искусственного методов, выявлены их особенности и ограничения. Предложен гибридный метод, объединяющий преимущества обоих подходов и потенциально способный повысить надёжность запуска и точность стабилизации прецессии.*

**Введение.** Квантовый датчик вращения (КДВ) является перспективным высокоточным и малогабаритным датчиком угловой скорости или угла, обладающим высокой ударной и вибрационной устойчивостью [1–4]. Благодаря отсутствию подвижных частей и способности работать в сложных условиях КДВ может найти своё применение в навигации авиационных, морских, наземных и космических объектов [1]. Для его работы необходима система обратной связи, обеспечивающая устойчивую прецессию ядерного магнитного момента рабочего вещества, от стабильности которой зависят точность, чувствительность и долговременная стабильность датчика. Целью работы является анализ методов обратной связи, используемых в КДВ для оценки их применимости, быстродействия и надёжности.

**Принцип работы КДВ.** Принцип работы рассматриваемого типа КДВ [4-5] основан на сочетании ядерного магнитного резонанса (ЯМР) в изотопах рабочего вещества – ксенона ( $^{129}\text{Xe}$  и  $^{131}\text{Xe}$ ) и электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) в щелочном металле, как правило, цезии или рубидии, заключённых в герметичную оптическую ячейку, размещённую в системе катушек. Постоянное продольное магнитное поле  $B_0$ , создаваемое системой соленоидов (магнитных катушек), определяет ларморовские частоты прецессии ядер изотопов ксенона и ЭПР атомов цезия. Поперечные переменные магнитные поля  $B_{fx}$  и  $B_{fy}$ , создаваемые взаимно ортогональными катушками, оси которых расположены в плоскости, перпендикулярной к оси чувствительности КДВ, формируются токами  $V_x$ ,  $V_y$ . Эти поля возбуждают ЯМР в изотопах ксенона и одновременно используются для реализации обратной связи, обеспечивающей устойчивую прецессию ядерной намагниченности. Изотопы  $^{129}\text{Xe}$  и  $^{131}\text{Xe}$  обладают гиромангнитными отношениями противоположного знака, что приводит к прецессии их магнитных моментов в противоположных направлениях. В системе отчёта, вращающейся с угловой скоростью  $\Omega$ , частоты прецессии изотопов ксенона определяются выражениями:

$$\begin{aligned}\omega_{^{129}\text{Xe}} &= \gamma_{^{129}\text{Xe}} B_0 - \Omega, \\ \omega_{^{131}\text{Xe}} &= \gamma_{^{131}\text{Xe}} B_0 + \Omega,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\omega_{^{129}\text{Xe}}$  и  $\omega_{^{131}\text{Xe}}$  — частоты прецессии изотопов  $^{129}\text{Xe}$  и  $^{131}\text{Xe}$  соответственно;

$\gamma_{^{129}/^{131}}$  – гиромангнитное отношение изотопа ксенона  $^{129}/^{131}$ ;  $B_0$  – индукция магнитного поля.

Магнитометрическая система регистрирует намагниченность цезия. Получаемый сигнал содержит компоненту на частоте его прецессии, модулированную более медленной прецессией ядер изотопов  $^{129}\text{Xe}$  и  $^{131}\text{Xe}$ . Компоненты, соответствующие частотам прецессии изотопов ксенона, извлекаются с помощью синхронного детектирования и полосовой фильтрации, что позволяет определить частоты  $\omega_{^{129}\text{Xe}}$  и  $\omega_{^{131}\text{Xe}}$ , и использовать их для формирования обратной связи.

<sup>1</sup> Научный руководитель к.т.н., начальник лаборатории Безмен Г.В.

**Обзор методов обратной связи в КДВ.** Существуют два метода реализации такой обратной связи [6-9].

Первый метод называется естественная обратная связь. На рисунке 1 представлена схема КДВ с её использованием. Сигналы прецессии ядер  $^{129}\text{Xe}$  и  $^{131}\text{Xe}$ , выделяемые в плоскости, перпендикулярной оси чувствительности КДВ, сдвигаются по фазе (с помощью фазовращателя или временной задержки), усиливаются в контуре автоматической регулировки усиления (АРУ) и формируют управляющие сигналы  $V_x, V_y$ .

Второй метод формирования обратной связи называется искусственная обратная связью. Его схема приведена на рисунке 2. В такой конфигурации источником токов  $V_x, V_y$  обратной связи служит генератор сигналов. Его фаза настраивается по сигналу прецессии изотопов ксенона: детектированный сигнал поступает на синхронный детектор вместе с опорной синусоидой генератора, задающего ларморовскую частоту. На выходе синхронного детектора формируется сигнал фазовой ошибки между прецессионным колебанием и опорным сигналом, который через ПИД-регулятор используется для корректировки фазы генератора.

**Сравнение методов реализации обратной связи.** Каждый из методов реализации обратной связи имеет свои преимущества и ограничения. Среди достоинств естественной обратной связи можно отметить минимальное число электронных компонентов [8], что обеспечивает простоту реализации, высокую надёжность и стабильность запуска системы. Однако у такого метода отсутствует возможность точной настройки фазы и амплитуды замыкающего сигнала, так как он формируется непосредственно из продетектированного прецессионного отклика изотопов ксенона и проходит через аналоговые узлы (АРУ, фазовращатель или линия задержки), подверженные нестабильности, что затрудняет отладку системы.

К другим недостаткам можно отнести ошибки масштабного коэффициента, то есть отклонения от теоретически рассчитанного значения [5]. Они возникают из-за неточной работы АРУ и фазовращателя (временной задержки) [10, 11]. Существенный вклад вносят также сдвиги Рамзи–Зигерта и эффекты демпфирования [12]. Дополнительно возможно влияние паразитной (ложной) генерации в контуре обратной связи, не связанной с реальным прецессионным сигналом [13].

Искусственная обратная связь, напротив, позволяет управлять фазой и амплитудой сигнала, что облегчает отладку датчика. Дополнительным преимуществом является возможность оптимизации параметров замыкания за счёт применения ПИД-регулятора, что повышает точность стабилизации. В такой системе возможна компенсация сдвигов Рамзи–Зигерта и эффектов демпфирования, а также исключается вероятность ложной генерации. Вместе с тем реализация подобной обратной связи требует более сложной архитектуры: необходим прецизионный настраиваемый генератор и цифровой тракт управления. Кроме того, возможны шумы и дрейф параметров генератора, а быстродействие системы оказывается ниже по сравнению с естественной обратной связью, что особенно критично при запуске датчика, поскольку возрастает риск разрыва петли обратной связи [14, 15].

Для повышения скорости и надёжности запуска автогенерации в КДВ прилагается гибридный метод реализации обратной связи, сочетающий достоинства естественного и искусственного методов.

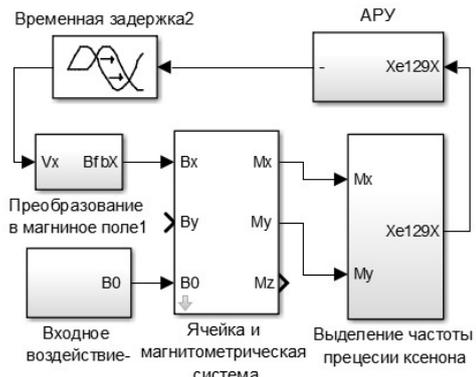


Рис 1. Схема КДВ с естественной обратной связью

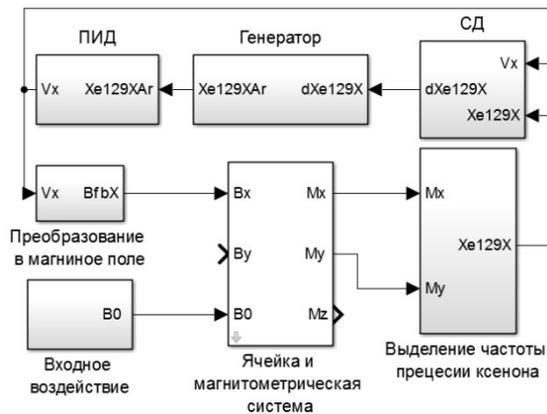


Рис 2. Схема КДВ с искусственной обратной связью

**Гибридная обратная связь.** В первые секунды после запуска КДВ функционирует в режиме естественной обратной связи до тех пор, пока коэффициент АРУ не достигнет заранее установленного порога. Это позволяет оперативно возбудить прецессию ядер ксенона и обеспечить быстрый и надёжный запуск автогенерации. После формирования устойчивого сигнала прецессии работа обратной связи переключается в режим искусственной обратной связи. На этом этапе фазосинхронизированный генератор с цифровым управлением формирует сигналы  $V_x, V_y$  с высокой точностью по фазе и амплитуде. Такой метод обратной связи обеспечивает одновременно быстрый запуск и высокую точность работы системы в установившемся режиме. Следует отметить, что такой метод обратной связи рассматривается на теоретическом уровне: его моделирование и экспериментальная проверка пока не проводились. Очевидным недостатком метода по сравнению с другими вариантами обратной связи остаётся усложнение архитектуры за счёт увеличения числа функциональных подсистем.

**Заключение.** В работе рассмотрены два метода реализации обратной связи в квантовых датчиках вращения — естественный и искусственный. Проведён их сравнительный анализ, выявлены преимущества и ограничения каждого из них. Для объединения сильных сторон обоих методов предложен гибридный метод обратной связи, который, согласно теоретическому обоснованию, может обеспечить устойчивый запуск и высокую точность стабилизации прецессии. Следует подчеркнуть, что надёжность и эффективность такого метода на текущем этапе оцениваются качественно, на основе анализа принципов работы, без проведения моделирования и экспериментальных исследований, в этой связи практическая проверка и количественная оценка надёжности запуска остаются задачами дальнейших исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Пешехонов В.Г.** Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №2 (109). С. 3-10. DOI 10.17285/0869-7035.0028
2. **Вершовский А.К., Литманович Ю.А., Пазгалёв А.С., Пешехонов В.Г.** Гироскоп на ядерно-магнитном резонансе: предельные характеристики. //Гироскопия и навигация. Том 26, №1 (100), 2018. С. 55-80.
3. **Мейер Д., Ларсен М.** Гироскоп на ядерно-магнитном резонансе для инерциальной навигации // Гироскопия и навигация. 2014. №1 (84). С. 3–13.
4. **Лёше А.** Ядерная индукция. М.: Издательство иностранной литературы, 1963. 683 с.
5. **Walker T.G., Larsen M.S.** Spin-exchange-pumped NMR gyros // Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics. 2016. V. 65. P. 377–405.
6. **Hoon Yu, Myoung Woo Park, Seok Won Choi, Sangkyung Lee, and Sin Hyuk Yim** , "Measuring scale factor of atomic spin gyroscope and closed-loop operation", AIP Advances 10, 075209 (2020)
7. **S. H. Yim, D.-Y. Lee, S. Lee, and M. M. Kim** , "Experimental setup to fabricate Rb–Xe gas cells for atom spin gyroscopes", AIP Advances 12, 015025 (2022)
8. **Г. В. Безмен, А. Н. Шевченко, П. Н. Костин, А. Н. Берзейтис, В. С. Безмен, В. И. Петров.** Система двухчастотной генерации в схеме датчика угловой скорости // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. №1. С. 19-30. DOI 10.17285/0869-7035.0020
9. **Mirijanian, J.J.** Techniques to Characterize Vapor Cell Performance for a Nuclear-Magnetic-Resonance Gyroscope //A Thesis presented to the Faculty of California Polytechnic State University, San Luis Obispo. - 2012.
10. **Карлов А. В., Сарников А. Ю., Стулов И. В.** Взаимная синхронизация автогенераторов в дискретном времени //Физика и технические приложения волновых процессов. Екатеринбург, 2012. – 2012. – №. 11. – С. 106-107.
11. **Чалков В.В.** Анализ неустойчивости масштабного коэффициента ядерного магнитного гироскопа // Математическое моделирование, компьютерный и натуральный эксперимент в естественных науках. – 2022. – № 2;
12. **Wang Zhiguo, Peng Xiang, Luo Hui, Guo Hong.** Comparison of operation modes for spin-exchange optically-pumped spin oscillators // Journal of Magnetic Resonance. – 2017. – Vol. 278. – P. 45–53. – DOI: 10.1016/j.jmr.2017.03.007.
13. **Bezmen G. V., Shevchenko A. N.** The choice of criteria and methods to estimate the quality of the angular sensor based on the effect of nuclear magnetic resonance // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1864. – No. 1. – P. 012010. – DOI: 10.1088/1742-6596/1864/1/012010.
14. **Inoue, T., Furukawa, T., Yoshimi, A. et al.** Frequency characteristics of nuclear spin oscillator with an artificial feedback toward search for 129Xe atomic electric dipole moment. Eur. Phys. J. D 70, 129 (2016). <https://doi.org/10.1140/epjd/e2016-70034-8>
15. **Zhang K., Zhao N., Wang Y.-H.** Closed-loop nuclear magnetic resonance gyroscope based on Rb–Xe // Scientific Reports. – 2020. – Vol. 10. – Article number: 2258. – DOI: 10.1038/s41598-020-59077-4.

А. Н. ШЕВЧЕНКО, М. А. ВЛАСОВА<sup>1</sup>  
(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛА КВАНТОВОГО МХ-МАГНИТОМЕТРА ОТ ЕГО ОРИЕНТАЦИИ ПРИ ИМИТАЦИИ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В МАГНИТНОМ ЭКРАНЕ

*Представлены результаты исследования влияния ориентации квантового Мх-магнитометра на характеристики его линии резонанса при имитации геомагнитного поля с использованием трёхслойного магнитного экрана и системы катушек Гельмгольца. Экспериментально показано, что амплитуда и ширина линии резонанса зависят от угла отклонения магнитного поля от оси накачки магнитометра. Выявлено, что при углах около 85° параметры линии резонанса становятся почти ненаблюдаемыми.*

*Полученные данные позволяют оптимизировать конфигурацию многодатчиковых магнитометрических систем для обеспечения стабильных и точных измерений в широком диапазоне ориентаций и широт.*

**Введение.** Квантовые Мх-магнитометры являются высокоточными датчиками, предназначенными для измерения индукции магнитного поля [1, 2]. Они широко используются в геофизике, навигации и биомагнитных исследованиях [3-5]. Одним из ключевых факторов, влияющих на чувствительность и точность измерений, является ориентация магнитометра относительно направления магнитного поля, в котором он находится [6, 7]. В геомагнитном пространстве ориентация прибора влияет на амплитуду и ширину линии магнитного резонанса это необходимо учитывать при интерпретации результатов.

Скалярный Мх-магнитометр имеет зону нечувствительности [8], которая определяется углом между направлением света лазера накачки и вектором измеряемого магнитного поля. В оптической накачке могут участвовать только те атомы, проекции спинов которых совпадают с направлением поляризации накачивающего света. При углах между измеряемым полем и лазером накачки близких к 90° эффективность оптической накачки минимальна. Эту особенность нужно учитывать при использовании магнитометра в задачах навигации и геофизики. При жёстком креплении прибора на подвижном носителе и изменении широты места этого носителя ориентация магнитометра относительно геомагнитного поля будет меняться, а значит, будет меняться эффективность оптической накачки. Использование одного магнитометрического датчика в составе магнитометрической системы для проведения измерений на всех широтах недостаточно. Возникает необходимость определения количества датчиков в одной магнитометрической системе для обеспечения непрерывного измерения на всех возможных широтах.

Целью работы является исследование ориентационной зависимости характеристик линии резонанса (амплитуды и ширины) квантового Мх-магнитометра в системе катушек, создающей однородное магнитное поле вокруг чувствительного элемента, заключённой в магнитный экран. Такая система создаёт стабильное и контролируемое магнитное поле, имитирующее геомагнитное пространство на разных широтах.

**Экспериментальная установка.** Эксперимент проводился на установке, представленной на рисунке 1, представляющей собой квантовый Мх-магнитометр в разомкнутом режиме [9], заключённый в трёхслойный магнитный экран из пермаллоя длиной 2 метра, с внутренним диаметром 53 см [10], и систему катушек Гельмгольца радиусами от 11,5 до 16,5 см, создающих управляемое постоянное магнитное поле. На рисунке 1 изображены 3 пары катушек: одна расположена соосно лазеру накачки и задаёт поле вдоль оси z, другая - соосно лазеру детектирования и задаёт поле вдоль оси y, третья - перпендикулярно плоскости, образованной лазером накачки и детектирования и задаёт поле вдоль оси x. Радиусы катушек подобраны таким

---

<sup>1</sup> Научный руководитель – д.ф.-м.н. Ермак С.В.

образом, чтобы обеспечить высокую однородность магнитного поля в зоне газовой ячейки размером 5 мм. Поскольку экран значительно превышает размеры системы катушек, его влияние на однородность поля незначительно [11, 12].

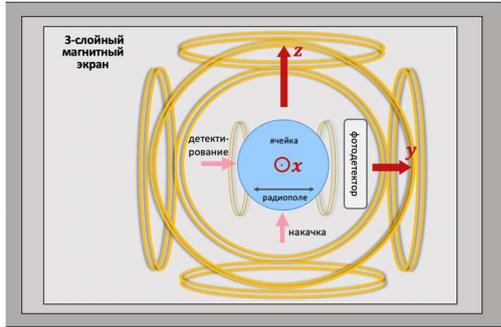


Рис.1. Экспериментальная установка

катушках задавался таким образом, чтобы модуль индукции магнитного поля был равен 50 мкТл. Объектом исследования являлась дисперсионная составляющая повернутой до нулевой фазы линии резонанса на фотоприёмнике, получаемая сканированием частоты радиополя в окрестности резонансной частоты.

**Результаты.** С увеличением угла  $\alpha$  амплитуда линии резонанса уменьшалась, при этом ширина резонанса изменялась мало. При повороте вектора магнитного поля на  $360^\circ$  в плоскости  $xy$  (имитация поворота по курсу) выявлена нелинейная зависимость амплитуды резонансной линии резонанса от угла поворота для всех значений  $\alpha$  (рисунок 3а), тогда как ширина оставалась практически постоянной (рисунок 3б). Незначительная асимметрия графиков амплитуд и ширин относительно центра координат обусловлена влиянием электроники магнитометра.

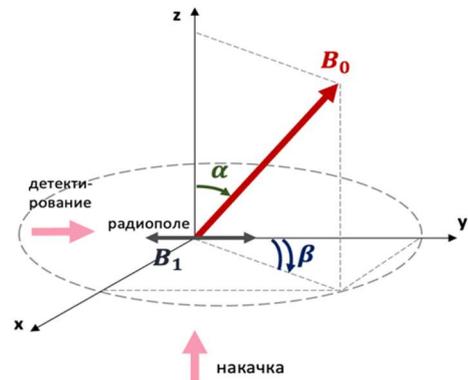


Рис. 2. Методика проведения эксперимента

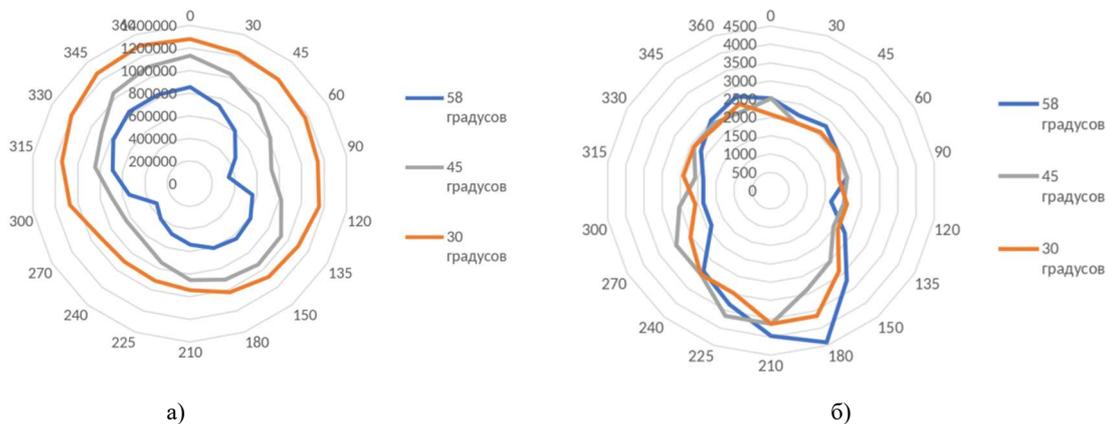


Рисунок 3. Зависимости от угла поворота в плоскости  $xy$  при различных углах  $\alpha$ : а) амплитуды линии резонанса; б) ширины линии резонанса.

Закономерности такого характера были выявлены как при вращении вектора магнитного поля по часовой стрелке, так и против неё, что подтверждает воспроизводимость результатов и стабильность установки. Для исключения влияния градиента магнитного экрана на результаты были проведены аналогичные измерения в другой части экрана, полученные результаты оказались аналогичными, что говорит о высокой однородности магнитного поля в экране.

Эксперимент по определению предельного угла измерений показал, что при  $\alpha \approx 85^\circ$  амплитуда и ширина линии резонанса становятся почти ненаблюдаемыми. Это указывает на необхо-

димость использования в одной магнитометрической системе как минимум двух магнитометров, установленных перпендикулярно друг другу, для обеспечения непрерывного измерения индукции магнитного поля на всех возможных широтах.

**Заключение.** Исследована ориентационная зависимость характеристик линии резонанса (амплитуды и ширины) квантового Мх-магнитометра при имитации геомагнитного поля с помощью магнитного экрана и системы катушек. Установлено, что амплитуда и ширина резонанса существенно зависят от угла отклонения поля. При углах от  $85^\circ$  параметры линии резонанса становятся почти ненаблюдаемы. Выявлено, что для обеспечения непрерывного и надёжного измерения индукции магнитного поля на всех возможных широтах достаточно установки на носитель двух магнитометров.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Peshkhonov, V.G.**, The outlook for gyroscopy, *Gyroscopy and Navigation*, 2020, vol. 11, no. 3. pp. 193–197. DOI 10.17285/0869-7035.0028.
2. **Вершовский А. К., Дмитриев С. П., Пазгалев А. С.** Квантовый магнитометр с оптической накачкой, комбинирующий достоинства МХ-и МZ-устройств, *Журнал технической физики*, 2013, Т. 83. №. 10. С. 90-97.
3. **Анцев Г.В., Рунов А.А.** Практическое применение квантовых магнитометров с оптической накачкой. *Измерительные средства и приборы. Электронные компоненты №4*, - 2025 - С. 40-42.
4. **Малеев П. И.** Основные направления создания средств навигации на основе сверхпроводимости. *Навигация и гидрография*. – 2020. – С. 26.
5. **Вершовский А. К., Петренко М. В.** Оптический магнитометрический датчик для магнитоэнцефалографического комплекса. *Письма в Журнал технической физики*. – 2023. – Т. 49. – №. 6. – С. 43-46.
6. **Oelsner G. et al.** Sources of heading errors in optically pumped magnetometers operated in the Earth's magnetic field. *Physical Review A*. – 2019. – Т. 99. – №. 1. – С. 013420.
7. **Александров Е. Б.** Атомно-резонансные магнитометры с оптической накачкой (обзор). *Исследования в области магнитных измерений под ред. Е.Н. Чечуриной* – 1978. – С. 3.
8. **Colombo S. et al.** Orientational dependence of optically detected magnetic resonance signals in laser-driven atomic magnetometers. *Exploring the World with the Laser: Dedicated to Theodor Hänsch on his 75th birthday*. – Cham: Springer International Publishing, 2018. – С. 309-329.
9. **Шевченко А.Н., Власова М.А.** Разработка и исследование высокочувствительного цезиевого Мх-магнитометра для гидромагнитных исследований. *Альманах современной метрологии*. – 2025. – №1. С 130-140.
10. **Власова М.А., Шевченко А.Н., Завитаев А.С.** Разработка элементов инфраструктуры для обеспечения проведения биомангнитных исследований в области нейротехнологий. *Конференция «Весенняя школа робототехники – 2023»*. Тезисы студенческих докладов. – 2023. – С. 14-16.
11. **Liu T. et al.** Approximate expressions for the magnetic field created by circular coils inside a closed cylindrical shield of finite thickness and permeability. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2020. – Т. 507. – С. 166846.
12. **Bidinosti C. P., Sakamoto Y., Asahi K.** General solution of the hollow cylinder and concentric DC surface current *IEEE Magnetics Letters*. – 2014. – Т. 5. – С. 1-4.

**M.A. Vlasova, A.N. Shevchenko** (Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint-Petersburg), **S.V. Ermak** (SPbPU, Saint-Petersburg). **Study of the quantum Mx-magnetometer signal characteristics dependence on its orientation during simulation of the geomagnetic field using a magnetic shield**

The report presents the results of a study on the influence of the orientation of a quantum Mx-magnetometer on its signal characteristics during the simulation of the geomagnetic field using a three-layer magnetic shield and a Helmholtz coil system. It was experimentally demonstrated that the amplitude and linewidth of the resonance signal depend on the angle of deviation of the magnetic field, with the signal becoming practically undetectable at angles around  $85^\circ$ .

The obtained data allow for optimizing the configuration of multi-sensor magnetometer systems to ensure stable and accurate measurements over a wide range of orientations and latitudes. This work has practical significance for geophysics and navigation.

А.С. ЗАВИТАЕВ, М.И. ЕВСТИФЕЕВ

(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО, Санкт-Петербург)

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПТИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ СИСТЕМ КВАНТОВОГО ДАТЧИКА ВРАЩЕНИЯ

*Представлены результаты комплексных теоретических и экспериментальных исследований ключевых подсистем квантового датчика вращения: оптической и магнитной. От них зависят стабильность мощностей излучений накачки и детектирования и значения индукции и градиента магнитного поля в области ячейки, являющейся чувствительным элементом прибора, соответственно. Построены математические модели, оценивающие изменение параметров систем при смещении их элементов и проведены эксперименты, верифицирующие модели.*

**Введение.** Квантовые датчики вращения (КДВ), основанные на эффекте ядерного магнитного резонанса, демонстрируют значительный потенциал для создания высокоточных инерциальных систем [1-3]. Преимущество квантовых датчиков над классическими аналогами заключается в потенциальной нечувствительности ансамбля атомов, заключённых в объём стеклянной газовой ячейки и являющихся чувствительным элементом КДВ, к механическим воздействиям, таким как вибрации и удары [4-5]. Однако необходимо учитывать изменения параметров оптической и магнитной подсистем датчика, возникающих в результате деформаций элементов конструкции, так как эти изменения приводят к возникновению погрешностей в работе КДВ [6].

В работе рассматривается вариант конструкции КДВ, в котором в ансамбле атомов присутствуют два изотопа ксенона ( $\text{Xe}129$  и  $\text{Xe}131$ ), щелочной металл представлен цезием в газообразном состоянии, а в качестве буферного газа используется азот. Угловая скорость  $\Omega$  при таком составе определяется следующим уравнением [4]:

$$\Omega = \frac{\gamma_{131}\omega_{129} - \gamma_{129}\omega_{131}}{\gamma_{131} + \gamma_{129}}, \quad (1)$$

где  $\omega_{129}$  и  $\omega_{131}$  – частоты прецессии макроскопического магнитного момента  $\text{Xe}129$  и  $\text{Xe}131$  соответственно,  $\gamma_{129}$  и  $\gamma_{131}$  – константы гиромангнитных отношений для изотопов ксенона. При механических воздействиях частоты прецессий могут изменяться вследствие изменения параметров систем [6], таким образом возникают погрешности в работе датчика.

Две ключевые подсистемы датчика, определяющие точность и стабильность измерений КДВ, – это оптическая и магнитная системы [6]. Оптическая система отвечает за стабильность таких параметров, как мощность излучения накачки и детектирования. Они влияют на поляризацию атомов, которая, в свою очередь, связана с частотой прецессии макроскопического магнитного момента атомов ксенона, несущей в себе информацию об угловой скорости вращения гироскопа. В магнитной системе ключевыми параметрами, являются индукция и градиент магнитного поля. Градиент оказывает влияние на время релаксации атомов цезия – время, за которое магнитный момент атома «теряет» полученную ориентацию. Потеря ориентации означает искажение макроскопического магнитного момента, несущего в себе информацию об угловой скорости вращения КДВ. Значение индукции магнитного поля напрямую связано с частотой прецессии атомов ксенона, присутствующее в уравнении (1).

Таким образом крайне важным этапом разработки КДВ является выявление и анализ изменений параметров оптической и магнитной систем при наличии в них деформаций элементов конструкции. Для достижения этой цели в работе рассматриваются разработанные авторами компьютерные математические модели, в которых реализованы зависимости между параметрами оптической и магнитной систем и деформациями элементов, входящих в них, а также верификация моделей с помощью экспериментов.

**Модель оптической системы.** В программе COMSOL Multiphysics построена модель оптической системы, содержащая информацию о геометрических и оптических свойствах всех ее основных элементов: лазера накачки и детектирования, газовой ячейки, в которой расположен

ансамбль атомов, призмы, зеркала и фотоприемников (рис. 1 а). Модель позволяет прогнозировать влияние смещений элементов, возникающих, к примеру, при механическом воздействии на КДВ, на параметры оптической системы, а также анализировать эффективность конструктивных решений с точки зрения повышения устойчивости к рассматриваемому типу воздействий. В модели оптические свойства полагаются постоянными, в то время, как геометрические могут изменяться в следствие механических воздействий или применения различных конструктивных решений, например, форм-фактора ячейки, её толщины и размера.

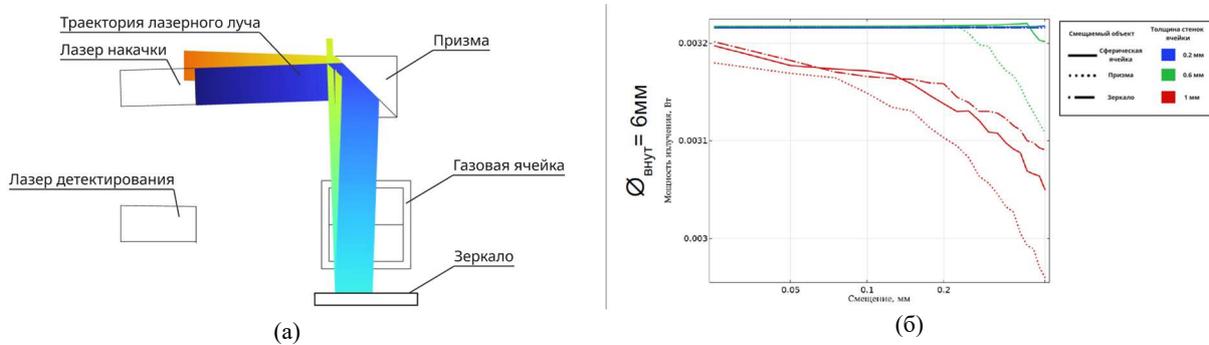


Рис. 1 Модель оптической системы КДВ

(а) и зависимость мощности излучения накачки от смещения элементов оптической системы (б).

На рис. 1 б показана зависимость мощности излучения  $W_p$  лазера накачки от смещения элементов оптической системы для сферической газовой ячейки диаметром 6 мм и с различными толщинами стенок ячейки в качестве примера выходных данных модели оптической системы. Из графика видно, что толстостенная газовая ячейка значительно более чувствительно как к собственным смещениям, так и к смещениям призмы и зеркала.

**Модель магнитной системы.** В программе COMSOL Multiphysics реализована модель магнитной системы, в которой заданы геометрические и магнитные свойства всех ее основных элементов, к которым относятся экран из 5 слоев пермаллоя и система катушек, представляющая собой конфигурацию колец Баркера (рис. 2 а). Элементы сконфигурированы таким образом для обеспечения необходимой точности работы датчика, обеспечивая экранирование от внешних магнитных полей, а также поддержание внутреннего магнитного поля с минимальным градиентом (около 10 нТл/мм) и стабильной постоянной индукции (10 мкТл) [1]. Эта модель позволяет выявить зависимость градиента и напряженности магнитного поля от смещений элементов магнитной системы.

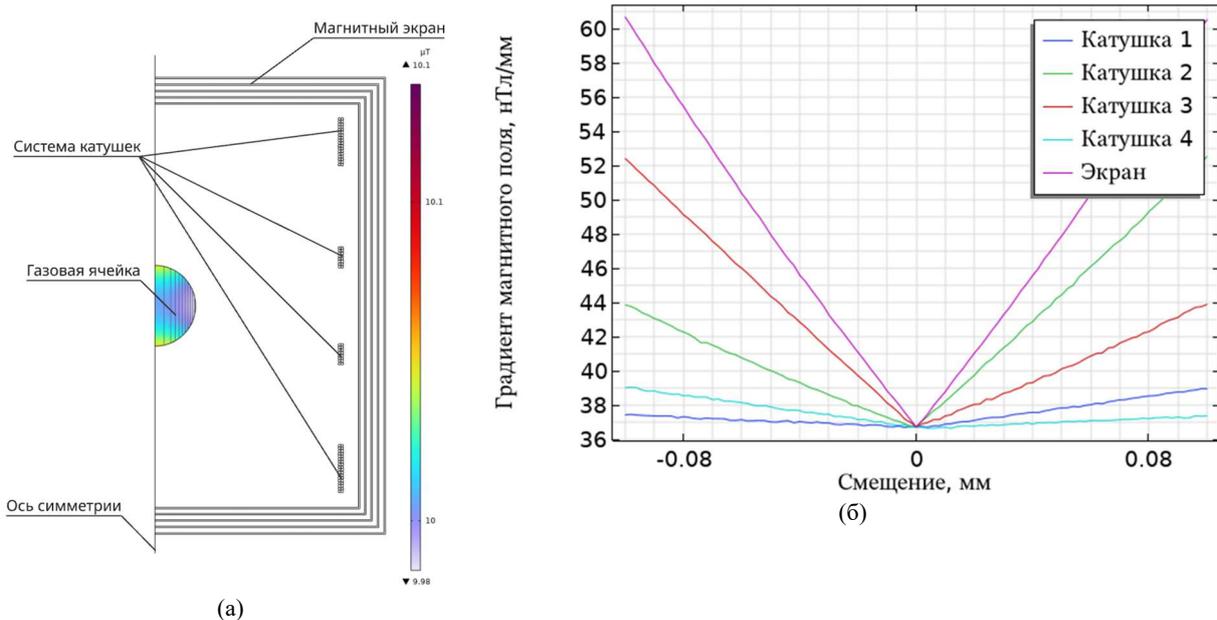


Рис. 2 Модель магнитной системы КДВ

(а) и зависимость градиента магнитного поля от смещения элементов магнитной системы (б).

На рис. 2 б показана зависимость градиента магнитного поля внутри ячейки от смещения элементов магнитной системы в качестве примера выходных данных модели магнитной системы. Наибольшее влияние оказывает смещение магнитного экрана и 2 и 3 катушки (центральных катушек). Полученные зависимости верифицированы экспериментом, в рамках которого оценивалась неоднородность магнитного поля при наличии смещений катушек в магнитной системе. Отклонение экспериментальных данных от данных моделирования составило 5,8%.

**Выводы.** В работе представлены результаты комплексных теоретических и экспериментальных исследований ключевых подсистем квантового датчика вращения.

Математическая модель оптической системы продемонстрировала чувствительность мощностей излучения накачки и детектирования к смещениям оптических элементов (лазеров, призм, газовой ячейки), что напрямую влияет на поляризацию атомов и стабильность частоты прецессии магнитного момента ксенона. Математическая модель магнитной системы показала влияние смещений катушек и магнитного экрана на градиент индукции поля в области ячейки. Верифицирована модель магнитной системы, в которой отклонение экспериментальных данных от данных моделирования составило 5,8%. Разработанные модели позволяют прогнозировать изменение параметров КДВ при механических воздействиях (вибрации, удары) и служат инструментом для оптимизации конструкции.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Литманович Ю.А., Вершовский А.К., Пешехонов В.Г. Гироскоп на основе явления ядерного магнитного резонанса: прошлое, настоящее, будущее // Материалы пленарного заседания 7-й Российской мультиконференции по проблемам управления ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». – 2014. – С. 35–42.
2. E. A. Donley, J. Kitching, Nuclear magnetic resonance gyroscopes. // Optical magnetometry. Cambridge university press, Ch. 19, pp. 369-386 (2013).
3. Larsen M., Bulatowicz M. Nuclear magnetic resonance gyroscope: for DARPA's micro-technology for positioning, navigation and timing program // Proc. IEEE Int. FrequencyControl Symposium, 2012. doi: 10.1109/fcs.2012.6243606
4. Безмен Г.В., Шевченко А.Н., Костин П.Н., Берзейтис А.Н., Безмен В.С., Петров В.И. Система двухчастотной генерации в схеме датчика угловой скорости // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. №1. С. 19-30. DOI 10.17285/0869-7035.0020
5. T. G. Walker and M. S. Larsen. Chapter eight-spin-exchange-pumped NMR gyros. // Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics, 65:373–401, 2016.
6. Evstifeev M.I., Zavitaev A.S. Estimation of the nuclear magnetic gyroscope sensitivity to inertial influences // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering - 2022, Vol. 1215, No. 012014, pp. 1-8

Zavitaev A.S., Evstifeev M.I., (CSRI Electropribor, JSC, ITMO University). **Theoretical and experimental studies of optical and magnetic system of quantum rotation sensor**

*Abstract.* The paper presents the results of complex theoretical and experimental studies of key subsystems of a quantum rotation sensor: optical and magnetic. They determine the stability of the pumping and detection radiation powers and the values of the induction and gradient of the magnetic field in the cell region, which is the sensitive element of the device, respectively. Mathematical models have been constructed that estimate the change in the parameters of the systems when their elements are shifted, and experiments have been conducted to verify the models.

Е. А. ЯКУШИНА, С.Г. РОМАНЕНКО  
(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

## МЕТОДИКА КАЛИБРОВКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ МОДЕЛИ ПОГРЕШНОСТЕЙ УЗЛА АВТОКОМПЕНСАЦИИ ИЗМЕРИТЕЛЯ МАЛЫХ УГЛОВ НАКЛОНА

*В докладе рассматривается измеритель малых углов наклона (ИМУ), предназначенный для использования в лабораторных условиях с целью контроля положения базовых поверхностей, на которые устанавливаются навигационные приборы при их испытаниях и калибровке. ИМУ включает в себя блок чувствительных элементов (акселерометров) и узел автокомпенсации, который даёт возможность компенсировать нестабильность смещения нуля акселерометров, но вносит собственные погрешности. Представлена методика определения погрешностей измерения углов наклона ИМУ, обусловленных неидеальностью конструктивного исполнения узла автокомпенсации и оценка стабильности полученных коэффициентов.*

**Введение.** Измеритель малых углов наклона (ИМУ) предназначен для использования в лабораторных условиях для оценки углов наклона базовых поверхностей, а также изменения их положения при проведении испытаний навигационных систем и их чувствительных элементов на длительных интервалах времени. Суточные и сезонные изменения положения испытательных фундаментов достигают десятков угловых секунд и оказывают значительное влияние на погрешность измерения величины выходного сигнала при испытаниях навигационных приборов. Использование ИМУ позволяет измерить углы наклона базовых поверхностей и их изменение.

В качестве чувствительных элементов ИМУ используются два маятниковых акселерометра компенсационного типа среднего навигационного класса точности, которые позволяют проводить измерения в малом диапазоне углов с погрешностью  $\pm 0,3$  угл. с [1]. При испытаниях на длительных интервалах времени (от 10 суток и более) значительное влияние на измерение оказывает нестабильность смещения нуля акселерометра. Использование узла автокомпенсации в конструкции ИМУ и проведении измерений на коротком интервале времени (менее 5 минут) изменение смещения нуля принимается постоянным, что позволяет осуществить компенсацию смещения нуля акселерометров и провести оценку углов наклона по измерениям, полученным в двух противоположных положениях измерительных осей (например,  $0^\circ$  и  $180^\circ$ ):  $\alpha = (a_0 - a_{180})/2$  [2, 3]. Главными элементами узла автокомпенсации являются поворотное устройство и шаговый двигатель, осуществляющий вращение поворотного устройства. Введение узла автокомпенсации вносит собственные погрешности в измерение малых углов наклона. В работе представлена методика калибровки коэффициентов модели погрешностей узла автокомпенсации ИМУ, обусловленных неидеальностью конструктивного исполнения, и приведена оценка стабильности полученных коэффициентов.

**Определение составляющих измеренного угла.** Оценка неидеальностей взаимодействующих поверхностей поворотного устройства на этапе калибровки позволит уменьшить погрешность измерения, а оценка стабильности и повторяемости полученных значений – использовать их в качестве коэффициентов модели погрешности узла автокомпенсации. Для этого с помощью акселерометров ИМУ были проведены измерения составляющих углов боя узла автокомпенсации поворотного устройства во всем диапазоне углов поворота с шагом в один градус. Полученная характеристика была представлена в виде гармонического ряда. Показано, что величина наклона контролируемой поверхности входит в состав амплитуды первой гармоники, а высшие гармоники связаны с влиянием неидеальностей поворотного устройства. Калибровка этих коэффициентов перед проведением испытаний навигационных систем заключается в определении необходимого количества гармоник и их амплитуд с целью последующего исключения из измерений акселерометров.

Разработан математический аппарат оценки составляющих углов боя узла автокомпенсации для исследуемой конструкции ИМУ. Полученные коэффициенты были применены при длительных (более 2000 часов) измерениях изменения наклона контролируемой поверхности. Для проведения сравнительной оценки на эту же поверхность параллельно осям измерения ИМУ был установлен электронный измеритель Zeromatic 2/2 [2]. За период исследования изменение углов наклона лабораторного фундамента составило 5 угл. сек, что в основном было вызвано изменением температуры помещения [4]. Характер и амплитуда изменений, зафиксированные двумя измерителями (ИМУ и Zeromatic 2/2), совпадают.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Научный руководитель - к.т.н. С. Л. Левин.

**Заключение.** Представлена модель погрешностей узла автокомпенсации ИМУ, методика определения коэффициентов модели и оценка их стабильности. Для оценки стабильности была проведена серия испытаний, которая подтвердила возможность использования полученной модели и методики для исследуемой конструкции узла автокомпенсации. Представленный математический аппарат может быть использован для ИМУ с поворотными устройствами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Якушина Е.А. Разработка и испытания макетного образца наклономера на базе маятникового компенсационного акселерометра с автокомпенсацией // Международный семинар «Навигация и управление движением» (NMC 2023). Материалы / Под редакцией В.Г. Пешехонова, академика РАН, и члена-корреспондента РАН О.А. Степанова, проф. / АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, Россия, 2023.
2. Zeromatic dual-axis inclination sensor. [Электронный ресурс] URL: <http://Wylarag.com> (дата обращения 19.09.2022)
3. Jun Luo, Zhiqian Wang, Chengwu Shen and others // MEASUREMENT SCIENCE REVIEW, Volume 15, No. 5, 2015
4. Якушина Е.А., Романенко С.Г. О влиянии конструктивных особенностей устройства автокомпенсации на погрешности прецизионного измерителя малых углов наклона // Сб. материалов XXXI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2025.

М.Д. КУЗНЕЦОВА<sup>1</sup>  
(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

И.Р. ГОГОРЕВ  
(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург)

## СКОЛЬЗЯЩИЙ НАБЛЮДАТЕЛЬ В ЗАДАЧЕ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ РАБОТЫ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ОСИ ОПТИЧЕСКОЙ ГЛИССАДЫ

*Рассмотрена задача стабилизации оси оптической глиссады при посадке самолета на палубу корабля. При решении этой задачи предложены алгоритм оценки параметров вектора состояния на основе скользящего наблюдателя и алгоритм управления при использовании линейно-квадратичного регулятора. Динамическая система синтезирована при номинальных параметрах модели и характеристиках возмущений, нелинейно зависящих от вектора состояния. Показано, что ошибка стабилизации в этих условиях находится в пределах  $\pm 15''$ . С целью учета возможного отклонения значений параметров от номинальных значений произведен анализ чувствительности синтезированного алгоритма стабилизации.*

**Введение.** Посадка самолета на палубу корабля является крайне ответственной задачей и требует высокоточного нахождения самолета на глиссаде. На заключительном этапе захода на посадку оптическая система посадки (ОСП) является для летчика летального аппарата корабельного типа основным источником информации о движении самолета по глиссаде [1]. Главным элементом ОСП является блок указательных огней (БУО), стабилизированный в условиях качки, который представляет собой систему узконаправленных в вертикальной плоскости пространства световых секторов, наблюдаемых летчиком. Современные системы посадки обеспечивают точность стабилизации БУО в вертикальной плоскости на уровне 2-5' [2]. При этом угловой размер световых секторов, составляющий 25' [3], не позволяет пилоту оценивать свое положение относительно оси глиссады при нахождении внутри сектора. Это приводит к появлению множества потенциальных точек касания с палубой при совершении посадки. В перспективных системах предполагается уменьшать угловой размер светового пучка каждого указательного огня до 9', увеличивая их количество при сохранении общей диаграммы формирования светосигнальной информации [4]. Такой подход накладывает дополнительные требования к погрешности стабилизации БУО, уменьшение которой может быть достигнуто, в частности, за счет использования новых алгоритмов стабилизации. С учетом уменьшенного размера светового сектора представляется целесообразным получить погрешность стабилизации на уровне 1'. Новые алгоритмы стабилизации подразумевают введение дополнительной процедуры оценивания переменных состояния системы. В работе [5] построение такой процедуры осуществлялось с использованием фильтра Калмана. При этом была подтверждена возможность повышения точности стабилизации по сравнению с существующими ОСП, однако, было выявлено, что система обладает чувствительностью к изменениям параметров внешних возмущающих воздействий, что обуславливает целесообразность рассмотрения других подходов к синтезу алгоритмов. В настоящей работе предложен альтернативный подход к решению задачи повышения точности стабилизации оси оптической глиссады – использование скользящего наблюдателя в качестве алгоритма оценивания.

**Синтез алгоритма.** Математическая модель системы стабилизации, описанная в работе [5], представляет собой систему дифференциальных уравнений 5-го порядка, описывающих динамику БУО. Вектор состояния модели содержит параметры БУО (далее – нагрузки) и двигателя, поворачивающего нагрузку в вертикальной плоскости (перпендикулярной палубе корабля). На систему воздействуют возмущающие моменты, релейно зависящие от скорости качки.

Измеряемыми являются переменные состояния нагрузки – угол и скорость ее поворота. Управление двигателем в системе стабилизации осуществляется по току. Переменные состоя-

---

<sup>1</sup> Научный руководитель: доц., канд. техн. наук А.В. Лопарев

ния двигателя (угол поворота ротора, скорость его поворота и ток) не измеряются, но входят в вектор состояния, что обуславливает необходимость использования наблюдателя для оценивания (восстановления) неизмеряемых переменных состояния. Скользящий наблюдатель является классическим алгоритмом для работы с нелинейными возмущениями модели [6], которыми, в данном случае, являются возмущающие моменты, действующие на нагрузку и двигатель. Уравнение наблюдателя имеет следующий вид:

$$\hat{x}_{k+1} = A_d \hat{x}_k + B_d u_k + L_d \frac{e_y}{\|e_y\|}, \quad (1)$$

где  $\hat{x}_k$  – вектор оценок переменных состояния в  $k$ -й момент времени,  $A_d, B_d$  – матрицы динамики и управления соответственно,  $u_k$  – сигнал управления,  $L_d$  – матрица коэффициентов обратной связи,  $e_y$  – вектор ошибок оценивания измеряемых переменных состояния.

Опираясь на метод, представленный в [7], можно разделить систему (1) на две подсистемы, состояния которых характеризуют подвекторы, описывающие соответственно измеряемые и неизмеряемые переменные. Тогда для ошибок оценивания получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} \dot{e}_y = A_{11}e_y + A_{12}e_{y^*} - L_1 \frac{e_y}{\|e_y\|}, \\ \dot{e}_{y^*} = A_{21}e_y + A_{22}e_{y^*} - L_2 L_1 \frac{e_y}{\|e_y\|}. \end{cases} \quad (2)$$

где  $e_{y^*}$  – ошибки оценивания неизмеряемых переменных состояния;  $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$  – соответствующие введенным в рассмотрение подсистемам блоки матрицы динамики  $A$ ;  $L_1$  – матрица коэффициентов обратных связей по измеряемым переменным состояниям, которая выбирается положительно определенной, чтобы каждый ее элемент был больше чем  $\|A_{11}e_y + A_{12}e_{y^*}\|$ ,

где  $\|*\|$  – норма вектора;  $L_2$  – матрица коэффициентов обратных связей по неизмеряемым переменным состояниям, с помощью которой задается желаемая динамика поведения подсистемы.

При построении алгоритма управления, как и в работе [5], используется линейно-квадратичный регулятор [8].

**Результаты моделирования.** Аналогично [5] в среде Matlab была сформирована модель системы стабилизации с использованием скользящего наблюдателя и линейно-квадратичного регулятора. Работа системы промоделирована с учетом возмущений, которые формировались с использованием записей реальной качки с амплитудой  $1^\circ$  и периодом 6 с. Полученная ошибка стабилизации по абсолютной величине не превышала  $15''$  (рисунок 1), что удовлетворяет требованиям по точности к перспективным ОСП.

Также был проведен анализ чувствительности данного алгоритма к неучтенным в модели динамики возмущениям и неточно известным параметрам. Проводилась проверка работы алгоритма при изменении параметров возмущений – остаточного момента и момента трения (рисунки 2 и 3 соответственно), так как их значения могут изменяться в процессе эксплуатации системы. Также проводилось исследование чувствительности при изменении параметров самой системы – момента инерции и коэффициента жесткости (рисунки 4 и 5 соответственно), в задании которых имеются определенные допущения. Для этого все значения параметров были увеличены на 10%, чтобы учесть значения возможных отклонений.

Из графика на рисунке 3 видно, что ошибка стабилизации при изменении момента трения заметно отличается от ошибки стабилизации при номинальных значениях параметров системы и возмущений. В остальных случаях изменение параметров системы не приводит к существенному возрастанию ошибки. Таким образом, синтезированная система обладает чувствительностью только к изменению момента трения. Однако даже в этом случае уровень ошибок стабилизации является приемлемым. В упомянутой ранее работе с использованием фильтра Калмана ошибка стабилизации составляла  $46''$ , и хотя это значение и удовлетворяет требованию по точности, анализ чувствительности данного алгоритма показал его неустойчивость к изменению параметров системы – ошибка стабилизации существенно возросла.

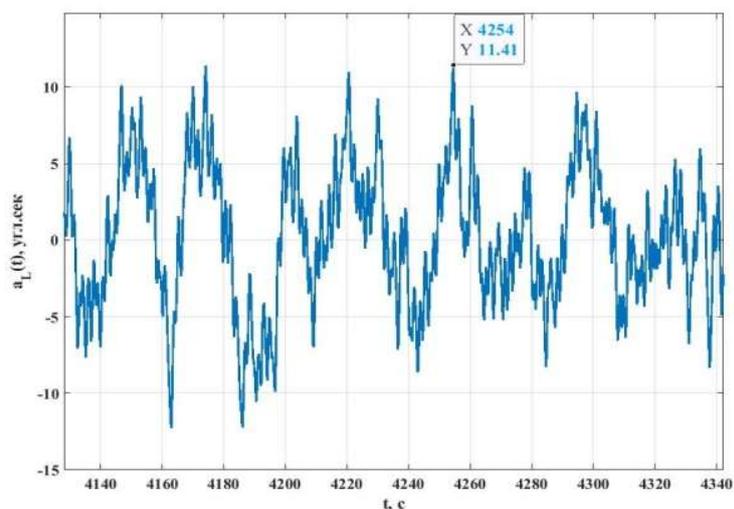


Рисунок 1. Ошибка стабилизации при номинальных значениях параметров

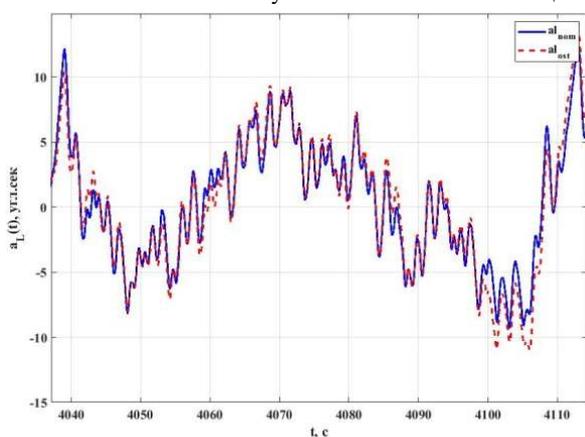


Рисунок 2. Ошибка стабилизации при номинальных значениях (синяя сплошная линия) и при изменении остаточного момента (красная пунктирная линия)

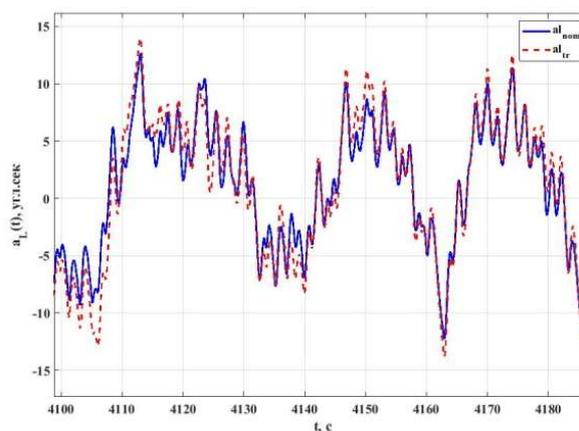


Рисунок 3. Ошибка стабилизации при номинальных значениях (синяя сплошная линия) и при изменении момента трения (красная пунктирная линия)

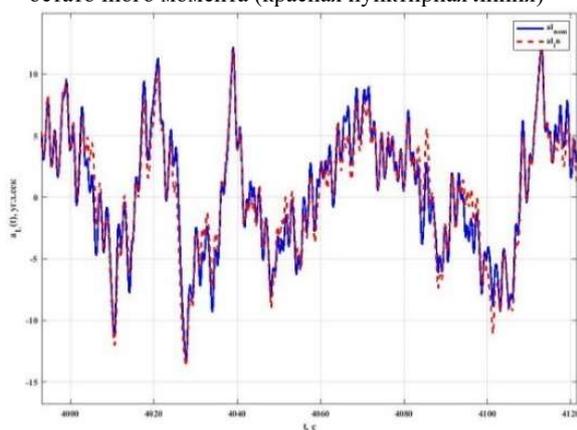


Рисунок 4. Ошибка стабилизации при номинальных значениях (синяя сплошная линия) и при изменении момента инерции (красная пунктирная линия)

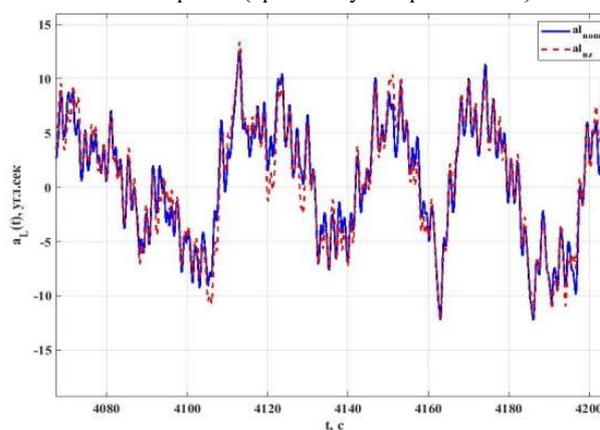


Рисунок 5. Ошибка стабилизации при номинальных значениях (синяя сплошная линия) и при изменении коэффициента жесткости (красная пунктирная линия)

**Заключение.** В работе предложен альтернативный подход к решению задачи оценивания переменных состояния системы стабилизации ОСП. Такой алгоритм обеспечивает высокую точность работы системы стабилизации по сравнению с существующими решениями. Ошибка стабилизации по абсолютному значению не превышает 15". Следует также отметить, что данный алгоритм обладает меньшей чувствительностью к неопределенностям параметров возмущений и модели по сравнению с алгоритмом на основе фильтра Калмана – ошибка стабилизации имеет зависимость только от момента трения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ковтун С.А., Ткаченко О.И. Алгоритм системы управления самолета при посадке на авианесущий корабль //Труды Московского физико-технического института. -2017. –Т.9. - №. 2(34). – С. 30-37.
2. Зворыкин Е. Н., Свечинская Г. В., Орлов М. В. Системы гиостабилизации и наведения на базе волоконно-оптических гироскопов //Сборник докладов II Научно-технической конференции молодых ученых «Навигация и управление движением». – 2000. – С. 38-43.
3. Луна-3Э. Оптическая система посадки [Электронный ресурс]. -2016. – URL.: <https://www.elektropribor.spb.ru/katalog/sistemy-predpoletnoy-podgotovki-bezopasnosti/luna-3e-opticheskaya-sistema-posadki/> (дата обращения 04.04.2025)
4. Антонов Д. В. и др. Перспективная система гиостабилизации оптической глissады для посадки самолета на авианосец //Материалы XXX конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов НН Острякова. – 2016. – С. 221-228.
5. Кузнецова М.Д., Антонов Д.В., Гогорев И.Р. Применение фильтра Калмана в задаче стабилизации оси оптической глissады//Сборник докладов XXVI конференции молодых ученых «Навигация и управление движением». – 2024. – С. 82-85.
6. Edwards C., Spurgeon S. K., Patton R. J. Sliding mode observers for fault detection and isolation //Automatica. - 2000. - Т. 36. - №. 4. - С. 541-553.
7. Андриевский Б.Р. Теоретические основы автоматизированного управления: конспект лекций. Глава 25 // СПб.: БГТУ «Военмех». – 2008.
8. Острем К.Ю. Введение в стохастическую теорию управления/ перевод Анисимова С.А., Арутюновой Н.Е., Бунича А.Л. . – М: Издательство «Мир», 1973.

M.D. Kuznetsova (Concern CSRI Elektropribor, Saint Petersburg), I.R. Gogorev (Concern CSRI Elektropribor, Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI», Saint Petersburg). **Sliding observer in the task of improving the accuracy stabilization system of the optical glide path axis.**

*Abstract.* The task of stabilizing the optical glide path axis during an aircraft landing on a ship's deck is considered. To solve this task, an algorithm for estimating the state vector parameters based on a sliding observer and a control algorithm using a linear-quadratic regulator are developed. The dynamic system is synthesized using nominal model parameters and disturbance characteristics that are nonlinearly dependent on the state vector. It is shown that the stabilization error under these conditions is within  $\pm 15''$ . To account for possible deviations in the parameter values from their nominal values, the sensitivity analysis of the synthesized stabilization algorithm is performed.

Д. И. СМОЛЬЯНОВ, А.А. ГОЛОВАН  
(Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва)

## МЕТОДЫ КАЛИБРОВКИ ОДОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ЗАДАЧАХ НАВИГАЦИИ И АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ НАЗЕМНОЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ТЕХНИКИ

*Описываются алгоритмы оценки одометрических параметров сельскохозяйственных (с.-х.) машин. Оценки этих параметров получаются в результате решения задачи навигации и необходимы для точного решения задачи автоматического управления машины.*

*Рассматриваются две наиболее распространенных конструктивных компоновки с.-х. машин: классическая и шарнирно-сочленённая.*

**Введение.** В работе рассматриваются беспилотные с.-х. машины с высоким уровнем автономности. В задачах функционирования беспилотной техники важнейшая роль отведена задачам навигации и управления. Высокая точность решения этих задач важна для обработки большинства сельскохозяйственных культур, снижения затрат топлива и обеспечения безопасности для человека работы.

Рассматриваются две наиболее распространенных конструктивных компоновки с.-х. техники: классическая и шарнирно-сочленённая, которые будут подробно описаны ниже.

Навигационный комплекс состоит из бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) типа микроэлектромеханических сенсоров (МЭМС) и приемника глобальных навигационных спутниковых систем ГНСС, одометр и датчик угла поворота (ДУП) рулевой конструкции машины. При этом ошибки БИНС включают смещения нулевых сигналов акселерометров и дрейфы ДУС, которые считаем постоянными и которые необходимо оценить. Кроме того, для наиболее точного решения задачи автоматического управления необходимо оценить постоянные ошибки ДУП и одометра. Статья [1] описывает способ интеграции ДУП с ГНСС и БИНС в тесно связанной схеме интеграции ГНСС с БИНС с помощью фильтра Калмана. Это позволяет получить оценку смещения нулевого сигнала и масштабного коэффициента ДУП при условиях выбросах в показаниях ГНСС в городских условиях. Однако в статье не упоминается возможность калибровки ДУП без ГНСС вообще. В статьях [2, 3] калибровка ДУП производится без ГНСС и БИНС при помощи метода наименьших квадратов, где в качестве оценивающего измерения выступает входное напряжение на сервоприводы, что, однако, требует особых условий на проезды, которые не всегда реализуемы в условиях с.-х. техники. Кроме того, перечисленные источники описывают технику с классической компоновкой. Источники, в которых так или иначе описывалась бы калибровка ДУП для шарнирно-сочлененной техники, авторам, к сожалению, не известны.

**Кинематические модели.** Под машиной с классической компоновкой подразумевается тележка на четырех колесах, два из которых являются рулевыми, при этом рулевые колеса могут быть как передними, так и задними. Для описания этой компоновки используют велосипедную кинематическую модель [4, 5], в которой два колеса на одной оси заменяются одним мнимым колесом как на рулевой, так и на неповоротной оси, а корпус машины заменяется жестким стержнем. Боковое проскальзывание принимается пренебрежимо малым. Формирующее уравнение на угловую скорость по третьей  $\omega_3^d$  оси (близкой к вертикальной) связанной с машиной имеет вид

$$\omega_3^d = \frac{V^d}{L} \operatorname{tg} \delta, \quad (1)$$

где  $V^d$  — истинная продольная скорость, измеряемая одометром,  $L$  — расстояние между передней и задней осью (колесная база),  $\delta$  — истинный угол поворота колеса, измеряемый ДУП.

Под машиной с шарнирно-сочлененной компоновкой подразумевается две тележки с парой колес на каждой, сочлененные шарниром. В этой компоновке поворот происходит благодаря измерению угла между тележками. Для описания этой компоновки используют шарнирно-

сочлененную кинематическую модель [6, 7], в которой так же пренебрегают боковым проскальзыванием. Формирующее уравнение в этом случае имеет вид

$$\omega_3^d = \frac{\sin \delta}{l_2 + l_1 \cos \delta} V^d + \frac{l_2}{l_2 + l_1 \cos \delta} \dot{\delta}, \quad (2)$$

где  $l_1$  — расстояние от центра передней оси до сочленения,  $l_2$  — расстояние от сочленения до задней оси.

**Модели ошибок.** Принимается линейная модель ошибок ДУП, включающая смещение нулевого сигнала  $k_0^\delta$  и погрешность масштабного коэффициента  $k_1^\delta$ :

$$\delta'' = \delta + k_0^\delta + k_1^\delta \delta'' + \Delta\delta_s, \quad (3)$$

где  $\delta''$  — измерение ДУП,  $\Delta\delta_s$  — случайная ошибка измерения.

Модель ошибок одометра в соответствии с [8] включает масштабный коэффициент  $k^v$  и несоосности «чувствительной оси» одометра с осями БИНС  $\kappa_1, \kappa_3$ :

$$V_s'' \equiv (0, V'', 0)^T = V_z + (-\kappa_3, k^v, \kappa_1)^T V'' + \Delta V_s^s, \quad (4)$$

где  $V''$  — измерение одометра,  $V_z$  — вектор истинной скорости в осях БИНС,  $\Delta V_s^s$  — случайная ошибка измерения.

**Задача оценивания.** Проводится счисление БИНС [9], задача оценивания формируется уравнениями ошибок БИНС [9, 10] и моделью внешних источников навигационной информации:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + q, \\ z = Hx + r, \end{cases} \quad (5)$$

где вектор состояния

$$x = (\Delta y^T, \delta V^T, \alpha_1, \alpha_2, \beta_3, v^T, \Delta f^T)^T$$

включает вектор ошибки местоположения  $\Delta y$ , динамические ошибки скорости  $\delta V$ , ошибки построения приборной вертикали  $\alpha_1, \alpha_2$ , азимутальную кинематическую ошибку  $\beta_3$ , смещения нулевого сигнала гироскопов  $v$  и акселерометров  $\Delta f$ .

Вводим корректирующее измерение одометра на основе модели ошибок (4):

$$z_v = B_{zx} V' - V_s'' = B_{zx} \delta V - (-\kappa_3, k^v, \kappa_1)^T V'' - \Delta V_s^s, \quad (6)$$

где  $B_{zx}$  — матрица перехода из географической с.к. в с.к. связанную с машиной, посчитанная по текущим оценкам углов ориентации;  $V'$  — оценка вектора скорости БИНС.

Вводим корректирующее измерение по одометрической угловой скорости в соответствии с моделью ошибок ДУП (3):

$$z_\delta = \omega_3' - \omega_3'' = -v_3 - \Delta\omega, \quad (7)$$

где  $\omega_3'$  — показания третьего (близкого к вертикальному) ДУС,  $\omega_3''$  — угловая скорость посчитанная по соответствующей кинематической модели (1) или (2),  $v_3$  — дрейф третьего ДУС, а  $\Delta\omega = \Delta\omega(k^v, \kappa_1, \kappa_3, k_0^\delta, k_1^\delta, \Delta V_s^s, \Delta\delta_s)$  явно зависит от одометрических параметров и получена из уравнений ошибок на основе формирующий уравнений (1) или (2) и модели ошибок ДУП (3) и одометра (4).

Расширяя вектор состояния одометрическими параметрами

$$x^e = (x, k^v, \kappa_1, \kappa_3, k_0^\delta, k_1^\delta)^T \text{ и добавляя измерения (6) и (7) в вектор измерений}$$

$z^e = (z, z_v, z_\delta)^T$ , получим расширенную задачу оценивания вида (5), которая позволяет оценить одометрические параметры.

**Заключение.** В докладе предложен оригинальный алгоритм оценки одометрических параметров, необходимых для наиболее точного решения задачи автоматического управления машин с классической и шарнирно-сочлененной компоновкой. Благодаря проведенному ковариационному анализу была проверена наблюдаемость одометрических параметров как при наличии, так и в отсутствие сигналов ГНСС. Предложенные модели проверены как на имитации, так и на реаль-

ных данных. Алгоритмы калибровки, построенные на предложенных моделях, используются в настоящее время в том числе в регионах, в которых сигналы ГНСС недоступны.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Gao J., Petovello M., Cannon E.** Integration of Steering Angle Sensor with Global Positioning System and Micro-Electro-Mechanical Systems Inertial Measurement Unit for Vehicular Positioning. *Journal of Intelligent Transportation Systems* 12. 2008. P. 159-167.
2. **Bohlmann K., Marks H., Zell A.** Automated odometry self-calibration for car-like robots with four-wheel-steering. 2012 IEEE International Symposium on Robotic and Sensors Environments, ROSE 2012. P. 168-173.
3. **Galasso F., Rizzini D.R., et al.** Efficient calibration of four wheel industrial AGVs. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 57, 2019, P. 116-128.
4. **Polack P., Altché F., et al.** The kinematic bicycle model: A consistent model for planning feasible trajectories for autonomous vehicles?. 2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), P. 812-818.
5. **Min H., Wu X., et al.** Kinematic and Dynamic Vehicle Model-Assisted Global Positioning Method for Autonomous Vehicles with Low-Cost GPS/Camera/In-Vehicle Sensors. *Sensors* 2019, 19, 5430.
6. **Delrobaei M., McIsaac K.** Design and Steering Control of a Center-Articulated Mobile Robot Module. *Journal of Robotics*, 2011.
7. **Nayl T.** Modeling, control and path planning for an articulated vehicle. *Universitetstryckeriet, Luleå* 2013.
8. **Никитин И. В., Голован А.А.** Задачи интеграции БИНС и одометра с точки зрения механики корректируемых инерциальных навигационных систем. Часть 2. *Вестник Московского университета, Сер. 1, Математика. Механика* 5 (2015), с. 68- 72.
9. **Парусников Н.А., Вавилова Н.Б., Голован А.А.** Математические основы инерциальных навигационных систем. Издательство Московского университета, 2020.
10. **Голован А.А.** Интеграционное решение “БИНС–одометр”: позиционный вариант. *Гирскопия и навигация*. 29. №2 (113), 2021, с. 110 -125.

D.I.Smolianov, A.A.Golovan, (Lomonosov Moscow State University, Moscow). **Calibration methods of odometric parameters in navigation and automatic control problems of ground agricultural machinery**

*Abstract.* The report describes estimation algorithms for odometric parameters of agricultural machinery. Estimates of these parameters are obtained as a result of solving the navigation problem and they are necessary for the accurate solution of the automatic control problem. The report considers two of the most popular designs of agricultural machinery: classic and articulated.

Р.И. ГАТАУЛЛИН, Ф.С. КАПРАЛОВ  
(МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва)

## КАЛИБРОВКА РАЗНЕСЕНИЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ МАСС АКСЕЛЕРОМЕТРОВ БЕСКАРДАННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ РАЗВОРОТЕ ПРИБОРНОГО ТРЕХГРАННИКА

*Представлена методика калибровки разнесений чувствительных масс ортогональной тройки акселерометров (т.н. “сайз эффекта”) бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС) для случая произвольного разворота ортогональной тройки осей чувствительности относительно строительных осей блока чувствительных элементов (БЧЭ). Методика основана на анализе скоростной ошибки навигационного решения в специальных вращениях, не требует регистрации первичных измерений инерциальных датчиков и допускает остаточные систематические погрешности калибровки БИНС. Применимость методики успешно протестирована на модельных данных.*

**Введение.** Влияние пространственного разнесения чувствительных масс акселерометров блока чувствительных элементов (БЧЭ) бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС) является известной проблемой. Хорошо известны решения этой проблемы [1], [2], однако они дают лишь сантиметровую точность, что не всегда достаточно для некоторых применений. Существующие методики калибровки разнесений чувствительных масс [3], [4] обеспечивают точность порядка миллиметра, и предназначены для случаев, когда оси чувствительности акселерометров можно совместить с осью вращения поворотного стенда при калибровке. На практике в некоторых случаях оси чувствительности могут быть ориентированы иначе. Тогда, поскольку погрешности измерения удельной силы, связанные с разнесением чувствительных масс в пространстве и не могут быть интерпретированы как вектор, задача определения параметров разнесения не сводится к существующим методикам простой заменой координат.

**Описание эксперимента.** Калибровочный эксперимент состоит из шести циклов периодической качки на поворотном стенде вокруг горизонтальной оси с двумя различными средними угловыми положениями БИНС. В каждом цикле одна из строительных осей БЧЭ совмещается с горизонтальной осью вращения стенда.

Условия эксперимента следующие:

- 1) Используется откалиброванная БИНС, в которой остаточные систематические погрешности вносят накопление скоростной ошибки того же порядка или меньше, чем оцениваемые разнесения чувствительных масс;
- 2) в каждой качке производится отдельный запуск навигационного алгоритма;
- 3) перед началом движения проводится начальная выставка БИНС (5-10 минут);
- 4) после начальной выставки включаются периодические колебания вокруг горизонтальной оси. В представленной работе рассмотрены колебания с постоянной угловой скоростью (мендр); возможна модификация методики для вращения вокруг вертикальной оси.

При таком выборе движения, когда имеется выделенное направление в пространстве, около которого совершаются периодические колебания, средний эффект от разнесения чувствительных масс может систематически накапливаться, а ошибки навигации, связанные с другими инструментальными погрешностями либо осредняются, либо имеют второй порядок малости, либо не зависят от периода колебаний, что позволяет скомпенсировать их проведением двух экспериментов с двумя разными периодами.

**Системы координат.** Пусть точка  $M^0$  является пересечением осей поворотного стола и служит центром вращения. Измерительный центр БИНС, точка  $M$ , определяется как пересечение трёх плоскостей, проходящих через соответствующие чувствительные массы ортогонально осям чувствительности акселерометров. Из этого определения следует, что каждая чувствительная масса имеет нулевую координату вдоль своей оси чувствительности. Введём систему

координат  $M^0x$  с началом в точке  $M^0$ , где ось  $x_1$  совпадает с горизонтальной осью вращения стенда,  $x_3$  направлена вертикально вверх, а  $x_2$  дополняет систему до правой тройки. Система координат  $M^0s$  соответствует строительным осям БИНС, которые жестко с ней связаны и направлены вдоль соответствующей оси вращения стенда при качке. Ортогональная система  $M^0z$  определяется осями чувствительности акселерометров  $A_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

**Постановка задачи оценивания.** Исходными данными для задачи калибровки являются горизонтальные компоненты модельной скорости, полученные БИНС в режиме навигации. Для калибровки нас интересуют производные этих скоростей в момент начала установившихся периодических колебаний.

Для задачи оценивания записывается суммарная удельная сила, действующая на чувствительные массы акселерометров в приборных осях БИНС в системе координат, связанной с вращающимся стендом.

Затем, после осреднения по периоду и с учетом условий эксперимента, ставится задача оценивания координат чувствительных масс.

Измерениями в задаче оценивания являются горизонтальные составляющие ускорений в системе координат связанной с поворотным стендом. После проведения 6 циклов качки формируется полный набор измерений для оценки шести неизвестных координат разнесений чувствительных масс в приборной системе координат  $Mz$ .

**Учет остаточных погрешностей калибровки БИНС.** Вклад остаточных погрешностей калибровки существенно зависит от амплитуды колебаний и их длительности, но не зависит от периода колебаний. Независимость от периода колебаний позволяет скомпенсировать остаточные погрешности калибровки. Для этого необходимо провести два эксперимента для каждой приборной оси с одинаковыми длительностью, амплитудой и центральными положениями, но с разными периодами. В таком случае вклад инструментальных погрешностей будет одинаковым в обоих экспериментах, и разность модельных скоростей двух будет содержать только вклад внутренних разнесений чувствительных масс акселерометров.

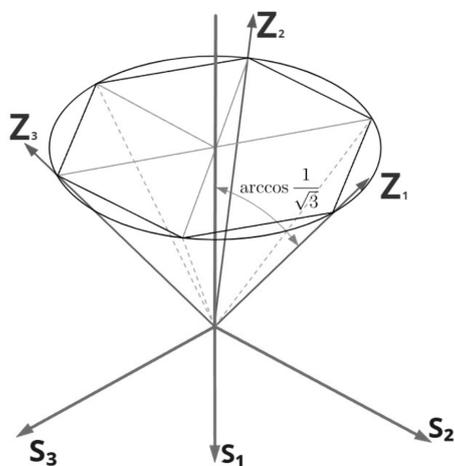


Рис.1: Схематическое положение осей чувствительности акселерометров относительно осей  $S_i$

**Численное моделирование.** Для верификации предложенной методики было проведено численное моделирование. Схематическое положение осей чувствительности  $Mz$  относительно строительных  $Ms$ , принятое в численном эксперименте изображено на рис.1

При помощи имитатора показаний БИНС на поворотном стенде были сгенерированы показания инерциальных датчиков для двух циклов качек с амплитудой  $90^\circ$  и двумя различными периодами 6 и 12 секунд. Для имитации реальных экспериментальных данных в модели учитывались:

1. Смещение центра измерений ИНС относительно центра вращения: 0,2 м вдоль оси  $s_1$
2. Остаточные инструментальные погрешности:

Гироскопы: постоянный дрейф ( $0,005^\circ/\text{ч}$ ), ошибка масштабного коэффициента (10 ppm), неперпендикулярность осей ( $5''$ ).

Акселерометры: постоянное смещение ( $0,005 \text{ м/с}^2$ ), ошибка масштабного коэффициента (50 ppm), неперпендикулярность осей ( $10''$ ).

Перед моделированием были заданы разнесения чувствительных масс акселерометром в пределах 10 см.

**Заключение.** В результате обработки максимальная ошибка оценки на модельных данных составила 0,5 мм. Методические ошибки оценки возникают из-за: 1) округления исходных данных полученных от БИНС; 2) наличия движений, не предусмотренных математической поста-

новкой задачи (движение до установления периодических колебаний и др.); 3) нарушения независимости от периода колебаний средних навигационных ошибок вызванных, погрешностями калибровки из-за погрешностей линеаризации уравнений ошибок БИНС.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Hunter J.S., Stripling W.W., Hung J.C., White V.** Size Effect on Navigation Using a Strapdown IMU. Technical Report T-79-73. U.S. Army Missile Research and Development Command, Redstone Arsenal, Alabama, 1979. 45 p.
2. **Козлов А.В., Сазонов И., Вавилова Н., Парусников Н.** Калибровка инерциального измерительного блока на низкокласном поворотном столе с учетом пространственного разнесения чувствительных масс акселерометров // Труды 20-й Международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Концерн ЦНИИ "Электроприбор", 2013. С. 126-129.
3. **Kozlov A., Kapralov F.** Millimeter-level calibration of IMU size effect and its compensation in navigation grade system. In: Proc. 2019 DGON Inertial Sensors and Systems, 2019, pp. 10.1–10.12. doi: 10.1109/ISS46986.2019.8943630.
4. **Козлов А.В., Шаймарданов И.Х.** Калибровка внутреннего разнесения чувствительных масс акселерометров БИНС-РТ // Материалы XXXI конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. СПб.: ГНЦ РФ АО "Концерн ЦНИИ "Электроприбор", 2018. С. 25-34.

R.I. Gataullin, F.S. Kapralov (*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*), A.V. Kozlov (*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*). **“Inertial measurement unit size effect calibration for arbitrarily rotated accelerometer triad”**

*Abstract.* The paper presents a calibration methodology for spatial separations of proof masses in an orthogonal triad of accelerometers, applicable for arbitrary rotation of the sensitivity axes triad relative to the structural axes of the inertial measurement unit (IMU). The methodology has been successfully tested by simulation.

А. А. ГОЛОВАН, Д. И. СМОЛЬЯНОВ, Н. В. БРАГИН  
(Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва)

## ДАТЧИК УГЛА ПОВОРОТА РУЛЕВОГО МЕХАНИЗМА НА ОСНОВЕ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ БЛОКОВ, ПРИМЕНЯЕМЫЙ В ЗАДАЧАХ БЕСПИЛОТНОЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ТЕХНИКИ

*Описывается алгоритм датчика угла поворота, который позволяет оценить значения рулевого угла в результате комплексирования данных системы навигации. Система состоит из двух инерциальных навигационных систем, антенны ГНСС и одометра. Показано, что оценку рулевого угла можно получить двумя способами, а датчик может быть установлен на колёсной технике различной конструкции.*

**Введение.** Для эффективного управления сельскохозяйственной техникой требуется информация об угле поворота колёс, которая предоставляется датчиком угла поворота (ДУП). Классические ДУП, работающие на эффекте Холла, обладают рядом недостатков, среди которых высокая стоимость и подверженность физическим воздействиям, которые способны ухудшать точность автоматического вождения или вовсе выводить датчик из строя. Предлагается использовать инерциальный ДУП [1], лишенный приведенных недостатков, принцип работы которого заключается в оценке угла поворота с помощью показаний двух микроэлектромеханических (МЭМС) датчиков угловой скорости (ДУС). В нашей работе предлагается использовать ДУП в виде бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС), построенной на низкоточных МЭМС датчиках, как дополнение к основной БИНС. Невысокая стоимость инерциальных датчиков позволяет использовать три акселерометра, три ДУС и решать задачу навигации для ДУП, используя уравнения ошибок инерциальной навигации. В работах [2, 3] используются измерения, полученные с помощью нескольких [2] или одной [3] антенны глобальных спутниковых навигационных систем (ГНСС). В настоящей же работе ключевым измерением является продольная скорость объекта. Таким образом, для работы датчика в состав навигационного комплекса должен входить либо приёмник ГНСС, либо одометр, либо любой другой источник скорости, например визуальная или лидарная одометрия. Таким образом, датчик может работать в отсутствие сигнала ГНСС, что выгодно отличает его от предложенных в литературе решений. Предлагаемый доклад посвящён алгоритму ДУП, который опирается на опыт интеграции данных навигационного комплекса [4], [5], работает при наличии только одного датчика скорости (ГНСС или одометр), а также обобщён для шарнирно-сочленённой техники.

**Кинематические модели.** В работе рассматриваются две наиболее популярных конструктивных компоновки сельскохозяйственных машин: классическая и шарнирно-сочленённая.

Классическая компоновка представляет тележку на четырех колесах, два из которых являются рулевыми. При этом рулевыми колесами могут быть как передние, так и задние колеса. Для аппроксимации движения машины с классической компоновкой используется велосипедная модель [6, 7], в которой два колеса на одной оси заменяются одним мнимым колесом как на передней, так и на задней оси, а корпус машины заменяется жестким стержнем. Боковое проскальзывание принимается пренебрежимо малым. Формирующее идеальное уравнение велосипедной модели имеет вид (для простоты изложения здесь и далее будем считать, что углы крена и тангажа равны нулю):

$$\dot{\psi} = \frac{V}{L} tg\delta, \quad (1)$$

где  $\psi$  — угол курса машины,  $\delta$  — угол поворота мнимого колеса модели,  $V$  — продольная скорость машины а  $L$  — длина колёсной базы.

Шарнирно-сочленённая компоновка представляет собой две тележки (называемые рамами), соединенные шарниром. На каждой из тележек установлено по два колеса, которые не могут поворачиваться относительно соответствующей тележки. Поворот в таком случае производится за счет измерения угла между тележками. Для аппроксимации движения

шарнирно-сочленённой машины используется шарнирно-сочленённая модель [8, 9], в которой боковое проскальзывание также принимается малым. Формирующее идеальное уравнение модели имеет следующий вид:

$$\dot{\psi} = \frac{\sin\delta}{l_2+l_1\cos\delta}V + \frac{l_2}{l_2+l_1\cos\delta}\dot{\delta}, \quad (2)$$

где  $l_1, l_2$  — длины передней и задней полурам, соответственно,  $\delta$  — угол между тележками.  $V$  — продольная скорость машины, а  $\dot{\psi}$  — скорость изменения угла курса.

**Постановка задачи.** БИНС (а) крепится на крыше транспортного средства. БИНС (б) крепится на поворотную конструкцию (т.н. поворотный кулак) одного из рулевых колес, в случае классической компоновки, и на заднюю раму, в случае шарнирно-сочленённой компоновки. С БИНС (а) и БИНС (б) связаны приборные системы координат  $Mz$  и  $Mz^\delta$ . Углом поворота  $\delta$  называется угол между продольными осями  $Mz_2$  и  $Mz_2^\delta$ . Предполагается, что поворот колёс происходит в плоскости, связанной с машиной. ДУС основной БИНС измеряют абсолютную угловую скорость  $\omega_z$  трехгранника  $Mz$ , а датчики БИНС (б) — абсолютную угловую скорость  $\omega_{z\delta}$  трехгранника  $Mz^\delta$ . Необходимо оценить угол  $\delta$  с помощью данных навигационного комплекса.

**Задача коррекции.** Алгоритм сводится к решению задачи коррекции БИНС. Рассматривается линейная задача оценивания вида:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + q, \\ z = Hx + r, \end{cases} \quad (3)$$

где  $x$  — вектор состояния,  $A$  и  $H$  — матрицы, которые отвечают принятой модели линейных уравнений ошибок БИНС и модели внешних измерений, соответственно.  $q, r$  — векторные случайные процессы типа белого шума.  $z$  — вектор измерения, которое формируется по позиционным и скоростным данным ГНСС, а также скоростным измерениям одометра. Для решения задачи оценивания используется известный алгоритм линейного фильтра Калмана с привлечением обратных связей. Подробное описание решения содержится в работах [4] и [5].

**Метод 1.** Интегральной оценкой  $\delta^{int}$  называется интеграл:

$$\int (A_{zz\delta}\omega_{z\delta} - \omega_z)_3 dt, \quad (4)$$

где  $A_{zz\delta}$  — матрица взаимной ориентации приборных трёхгранников,  $\omega_{z\delta}, \omega_z$  — показания соответствующих ДУС. Накопленная ошибка интегрирования компенсируется коррекцией по кинематической оценке угла поворота  $\delta^{kin}$ . Обратив формулы (2) и (3), можно получить значение угла, которое будет служить измерением в дополнительном фильтре Калмана:

$$\begin{cases} \Delta\delta = q, \\ z = \Delta\delta + r, \end{cases} \quad (5)$$

где численное значение измерения  $z = \delta^{int} - \delta^{kin}$ ,  $\Delta\delta$  — ошибка оценки угла поворота, а  $q, r$  — случайные процессы типа белого шума.

Используя известный алгоритм фильтра Калмана в варианте с введением обратных связей, ошибка интегрирования списывается.

**Метод 2.** Второй способ заключается в определении оценки угла поворота  $\delta$  как разности углов истинного курса БИНС (а)  $\psi_a$  и БИНС (б)  $\psi_b$ :

$$\delta^{dif} = \psi_b - \psi_a, \quad (6)$$

где  $\delta^{dif}$  — разностная оценка угла поворота.

Разностный метод не уступает интегральному в точности. Авторы данной работы считают второй метод равноправным с первым и заслуживающим внимания, а вопрос его преимуществ и недостатков оставляют для будущих исследований.

**Заключение.** В работе приводится описание алгоритма инерциального ДУП. Помимо известного интегрального способа решения задачи был предложен разностный метод, а также показана универсальность датчика при работе с транспортными средствами различной

компоновки. Алгоритм был проверен в ходе испытаний датчика в полевых условиях и показал достаточную для управления точность, причём как в режиме БИНС—ГНСС, так и БИНС—Одометр. В дальнейшем планируется использовать полученный опыт в задаче управления прицепным орудием.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Brewer D.E., White G.W., Peak J.W. Vehicle Gyro Based Steering Assembly Angle and Angular Rate Sensor. United States Patent 7477973B2.
2. Cunxiao Miao, Huanxin Chu, Juanjuan Cao, Zhihui Sun, Ranran Yi. Steering Angle Adaptive Estimation System based on GNSS and MEMS Gyro. Computers and Electronics in Agriculture. 2018. vol. 153. 196–201
3. Pei Wang, Lian Hu, Jie He, Siqi Ke, Zhongxian Man, Tuanpeng Tu, Luning Yang, Yuanyuan Li, Yanling Yi, Weicong Li, Xiwen Luo. Method for measuring the steering wheel angle of paddy field agricultural machinery by integrating RTK-GNSS and dual-MEMS gyroscope. International Journal of Agricultural and Biological Engineering. 2022. vol. 15, N 6. 197–205.
4. Vavilova N.B., Vyazmin V.S., Golovan A.A. Development of a Low-Cost INS/GNSS/Odometer Integration Algorithm for a Road Surface Testing Laboratory Software. 26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). 2019. 1–7
5. Smolyanov D.I., Golovan A.A. On the Navigation Problem of Unmanned Wheeled Agricultural Machinery Using MEMS-Based INS, GNSS and Odometry. 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). 2024. 1–3
6. Polack P., Alché F., d'Andréa-Novel B. and de La Fortelle A. The kinematic bicycle model: A consistent model for planning feasible trajectories for autonomous vehicles? IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), Los Angeles, CA, USA, 2017, pp. 812-818
7. Haigen, Min et al. Kinematic and Dynamic Vehicle Model-Assisted Global Positioning Method for Autonomous Vehicles with Low-Cost GPS/Camera/In-Vehicle Sensors. Sensors 19(24):5430, 2019.
8. Delrobaei, Mehdi & McIsaac, Kenneth. (2011). Design and Steering Control of a Center-Articulated Mobile Robot Module. Journal of Robotics.
9. Nayl, Thaker. (2013). Modeling, control and path planning for an articulated vehicle.

A.A. Golovan (Lomonosov Moscow State University), D.I. Smolyanov (Cognitive Technologies, Moscow), N.V. Bragin (Cognitive Technologies, Moscow). **A steering angle sensor based on inertial measurement units as a tool for unmanned agricultural machinery**

*Abstract.* The paper describes an algorithm for a Steering Angle Sensor that provides steering angle values by fusing navigational data. The system consists of two strapdown inertial navigation systems, an odometer, and a GNSS receiver. It is shown that a consistent estimation of the steering angle can be obtained in two different ways, and the sensor can be effectively implemented on the classical and articulated vehicles.

### Заседание 3. ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

Ф. А. ВЕРХОЛАНЦЕВ  
(ПГНИУ, Пермь)

#### ОБУЧЕНИЕ АНСАМБЛЕВЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ НАВИГАЦИИ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В УСЛОВИЯХ ОТСУТСТВИЯ ДАННЫХ ГЛОБАЛЬНОЙ ПОЗИЦИОНИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

*Рассматривается проблема навигации беспилотных летательных аппаратов в условиях отсутствия данных глобальной позиционирующей системы. Предложен подход, основанный на использовании ансамблевых нейронных сетей, объединяющих данные с разных датчиков для повышения точности системы. Обучение модели проводилось с использованием алгоритмов обучения с подкреплением в симуляторе.*

**Введение.** Беспилотные летательные аппараты (БПЛА) активно применяются в задачах мониторинга, доставки грузов и спасательных операций. Однако при движении по маршруту они традиционно полагаются на сигналы глобальных систем позиционирования (GPS), которые недоступны в закрытых помещениях, подземных сооружениях или в условиях радиоэлектронного подавления. Это создаёт необходимость разработки альтернативных методов навигации, основанных на обработке данных с бортовых сенсоров: инерциальных измерительных модулей, камер, лидаров и одометров.

Основная проблема заключается в высокой погрешности таких сенсоров и их подверженности шумам. Ансамблевые нейронные сети, объединяющие прогнозы нескольких моделей, предлагаются для повышения точности и устойчивости навигационных решений к шумам. Настоящий доклад посвящен исследованию методов обучения ансамблевых архитектур, способных компенсировать недостатки отдельных алгоритмов в условиях отсутствия GPS.

**Реализация модели.** В рамках работы стояла задача разработки ансамблевой модели для навигации беспилотных летательных аппаратов в условиях отсутствия сигналов GPS. Для реализации задействовались три типа сенсоров, каждый с уникальными характеристиками и ограничениями. Датчики расстояния (лидары, ультразвук) обеспечивают обнаружение препятствий, но имеют ограниченный радиус действия. Инерциально-измерительный блок (IMU) измеряет линейное ускорение и угловую скорость, однако его показания подвержены экспоненциальному дрейфу. Камеры предоставляют визуальные данные для оценки перемещения, но их эффективность снижается при слабом освещении, динамическом изменении текстуры окружения или высокой скорости полёта. Предполагается, что реализация ансамблевой сети и одновременная обработка данных со всех датчиков будут позволять компенсировать ограничения того или иного датчика.

Для решения задачи навигации дронов авторы чаще всего используют сверточные [1, 2] и рекуррентные сети [3, 4, 5, 6]. В настоящей работе планируется объединить архитектуры в ансамблевую модель, используя обучение с подкреплением. В текущей архитектуре (рис. 1) системы данные с камеры обрабатывались сверточной сетью. Данные с датчиков расстояний и инерциально измерительного блока направлялись в рекуррентные нейронные сети. Для каждого датчика использовалась своя сеть. Выходные значения с этих сетей объединялись с помощью реализации Actor-Critic. Обучение с подкреплением реализовано с помощью алгоритма ближайшей оптимизации политики.

Обучение проводилось в виртуальной среде `pybullet` [7]. Симуляция была настроена таким образом, чтобы модель смогла адаптироваться и выполнить поставленную задачу.

---

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Барулина М.А.

Такая реализация демонстрирует эффективность ансамблевых сетей в условиях дефицита данных GPS, но требует дополнительного тестирования в различных средах перед применением в реальных условиях.

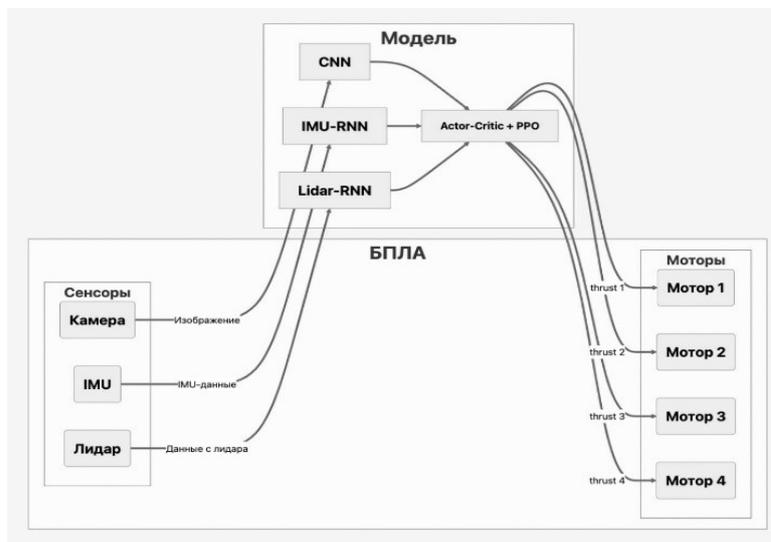


Рис. 1. Архитектура сети

**Заключение.** Применение ансамблевых сетей для навигации БПЛА в условиях отсутствия сигналов GPS демонстрирует значительный потенциал. Такие системы обеспечивают высокую точность за счёт компенсации ошибок отдельных сенсоров и адаптации к изменяющимся условиям. Однако на результат сильно влияют: погрешность датчиков, необходимость настройки архитектуры ансамбля и зависимость от различных условий окружающей среды. Перспективными направлениями являются интеграция ансамблей с методами SLAM (одновременная локализация и построение карты), добавление дообучения сетей в режиме онлайн, добавление обработки информации от других датчиков в архитектуру сети.

## ЛИТЕРАТУРА

1. M. A. Arshad et al., "Drone Navigation Using Region and Edge Exploitation-Based Deep CNN," in *IEEE Access*. 2022. Vol. 10. P. 95441-95450.
2. P. Chhikara, R. Tekchandani, N. Kumar, V. Chamola and M. Guizani, "DCNN-GA: A Deep Neural Net Architecture for Navigation of UAV in Indoor Environment," in *IEEE Internet of Things Journal*. 2021. Vol. 8. No. 6. P. 4448-4460.
3. R. Serras Santos, J. P. Matos-Carvalho, S. Tomic, M. Beko and S. D. Correia, "Applying Deep Neural Networks to Improve UAV Navigation in Satellite-less Environments," *2022 International Young Engineers Forum (YEF-ECE)*, Caparica / Lisbon, Portugal. 2022. P. 63-68.
4. Hodge, V.J., Hawkins, R. & Alexander, R. Deep reinforcement learning for drone navigation using sensor data. *Neural Comput & Applic.* 2021.
5. S. Qamar, S. H. Khan, M. A. Arshad, M. Qamar, J. Gwak and A. Khan, "Autonomous Drone Swarm Navigation and Multitarget Tracking With Island Policy-Based Optimization Framework," in *IEEE Access*. 2022. Vol. 10. P. 91073-91091.
6. W. Liu, H. Niu, I. Jang, G. Herrmann and J. Carrasco, "Distributed Neural Networks Training for Robotic Manipulation With Consensus Algorithm," in *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*. 2024. Vol. 35. No. 2. P. 2732-2746.
7. Bullet Real-Time Physics Simulation: [Электронный ресурс]. URL: <https://pybullet.org/wordpress/> (Дата обращения: 28.01.2025).

F. A. Verkholantsev (PSU, Perm). **Training ensemble networks for unmanned aerial vehicles navigation in the absence of global positioning system data**

This study addresses the problem of unmanned aerial vehicle navigation in the absence of global positioning system data. The proposed approach leverages ensemble neural networks that integrate data from sensors to enhance the accuracy of the system. The model was trained in a simulation environment using reinforcement learning algorithms.

И. О. ИОЧКОВ, С. Г. АМОСОВА  
(ФГБУН «Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН», Москва)

## АППАРАТНО-ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА САМОЛЕТНОГО ТИПА

*Дана формулировка задачи выбора состава аппаратного и программного обеспечения беспилотного летательного аппарата самолетного типа с использованием элементов искусственного интеллекта. Предложен состав аппаратного и программного обеспечения необходимого для реализации больших языковых моделей на борту беспилотного летательного аппарата. Определены параметры аппаратного обеспечения для эффективного вычисления на одноплатном компьютере с нейронным процессором сгенерированного программного кода по управлению беспилотным аппаратом.*

**Введение.** Актуальной проблемой в области беспилотных автономных аппаратов является создание программного обеспечения обработки навигационной информации для беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) самолетного типа. Выбор этого типа БПЛА продиктован потребностью оптимизации логистического обеспечения труднодоступных регионов. Предлагаемый доклад посвящен анализу перспективных характеристик БПЛА, обладающих большой полезной нагрузкой с высокой дальностью полета и возможностью изменения маршрута полета оператором с наземной станции управления.

В настоящий момент активно ведется развитие голосового управления. В условиях дальних полетов, когда БПЛА могут находиться на значительном удалении от оператора, возможность отпирать диспетчерам голосовые команды управления БПЛА при внедрении в единую систему организации воздушного движения в соответствии с Федеральными авиационными правилами. Для реализации такого управления необходимо специализированное оборудование, например, такое как нейронные процессоры для обработки голосовых команд в реальном времени [1].

Ввиду сложности реализации задачи, правильный выбор аппаратного обеспечения при использовании одноплатного компьютера с нейронным процессором [2] критически важен для успеха проектов по управлению БПЛА. И параметры, такие как производительность процессора, объем оперативной памяти и возможности графического процессора, играют важную роль в обеспечении эффективного выполнения сгенерированного программного кода. В условиях стремительного развития технологий искусственного интеллекта и увеличения применения БПЛА возникает необходимость в исследовании и анализе существующих проектов, направленных на интеграцию больших языковых моделей (англ. Large Language Models – LLM) [3] в системы управления БПЛА. В этой связи целью работы является: определить оптимальный состав аппаратного и программного обеспечения, необходимого для реализации больших языковых моделей на борту БПЛА самолетного типа.

**Формулировка задачи.** Необходимо провести анализ существующих решений, чтобы выявить языковые модели, применяемые в этих решениях, а также оценить их преимущества и недостатки. Важным аспектом является исследование взаимодействия языковых моделей с другими компонентами системы управления БПЛА. Поэтому на основании анализа вычислительной сложности языковых моделей при взаимодействии их с аппаратными компонентами необходимо сформулировать основные требования к аппаратно-программному обеспечению БПЛА.

**Анализ существующих решений.** Существуют несколько успешных проектов, направленных на интеграцию LLM в системы управления БПЛА, которые демонстрируют потенциал применения искусственного интеллекта для улучшения функциональности и автономности этих устройств (табл. 1).

В результате анализа различных версий языковых моделей LLM, таких как TinyLlama, Phi-2, MiniGPT, DroneGPT, Llama, Qwen, можно сделать следующие выводы. Для выполнения сложных задач и обеспечения высокой точности в интерпретации команд, модели, такие как Llama-3.2 и DroneGPT, представляют наибольшую ценность. Они обладают достаточной мощностью для обработки сложных сценариев и могут эффективно справляться с задачами, требу-

ющими глубокого понимания языка. С другой стороны, более компактные модели, такие как TinyLlama и MiniGPT, могут быть полезны для базовых операций и управления в условиях ограниченных вычислительных ресурсов. Их использование может быть оправдано в ситуациях, где критична скорость реакции и простота в использовании, что особенно важно для БПЛА, выполняющих простые задачи. Модели Qwen2.5-Coder, как с меньшим, так и с большим числом параметров, могут быть рассмотрены для создания специализированных систем управления по заранее составленным сценариям.

Т а б л и ц а 1

Анализ языковых моделей

Модель	Применение	Достоинства	Недостатки	Ссылка
Phi-2	обработка и анализ команд, поступающих от оператора	интерпретировать инструкции и адаптироваться к изменяющимся условиям	может требовать больше вычислительных ресурсов	[4]
ChatEDA	автоматизация процесса планирования маршрутов	повышает оперативность и точность выполнения задач	меньшая эффективность в сложных сценариях	[5]
MiniGPT	генерация команд для БПЛА	компактность, эффективное использование памяти	ограниченная производительность	[6]
TinyLlama	управление БПЛА через голосовые команды	низкие требования к ресурсам, высокая скорость работы	ограниченная способность обработки сложных команд	[7]
DroneGPT	прямое управление БПЛА через естественный язык	способность к интерпретации сложных команд	высокие вычислительные требования	[8]
Llama	управление БПЛА в различных сценариях	высокая точность, поддержка больших объемов данных	высокие вычислительные требования	[9]
Qwen	обработка команд управления	низкие требования к ресурсам, быстрая обработка	большой объем данных для обучения	[4, 9]

**Состав аппаратно-программного обеспечения.** При рассмотрении был взят БПЛА самолетного типа транспортного назначения. БПЛА обладает высокой грузоподъемностью и дальностью полетов до 1000 км, основной сценарий применения – доставка грузов в труднодоступных регионах. Аппаратную основу составляют одноплатный компьютер с нейронным процессором; полетный контроллер; датчики инерциальной навигационной системы: 3-х осевые гироскоп, акселерометр, магнитометр; радиовысотометр; система компьютерного зрения; приемник спутниковой навигационной системы. К одноплатному компьютеру предъявляются требования по обеспечению высоких вычислительных характеристик, включая наличие встроенного нейронного процессора с производительностью 6 TOPS. Он должен поддерживать современные методы квантования, такие как INT4/INT8 и W8A8, что обеспечивает обработку языковых моделей размером до 2 миллиардов параметров. Существенным преимуществом является потребляемая мощность нейронного процессора, которая должна находиться в пределах 5–8 Вт, при этом использование пассивной системы охлаждения способствует снижению общего энергопотребления.

Программное обеспечение включает естественно-языковой интерфейс, основанный на большой языковой модели Qwen2.5-Coder; программу счисления координат местоположения БПЛА в инерциальной и инерциально-спутниковых системах; коррекцию счисленных в инерциальной навигационной системе координат по информации от спутниковых навигационных систем; программу определения положения в пространстве и движения БПЛА; программу коррекции навигационных параметров по информации радиовысотомера и магнитометра.

**Выбор параметров аппаратного обеспечения.** Ключевые параметры вычислительной платформы на базе одноплатного компьютера с нейропроцессором, необходимые для управления БПЛА, включают следующие требования: 1) мощный нейронный процессор, который должен иметь минимум 4 ядра с тактовой частотой не менее 1.5 ГГц для обеспечения быстрой обработки данных; 2) оперативную память не менее 4 ГБ; 3) твердотельный накопитель объемом от 32 ГБ до 64 ГБ, что обеспечит быстрый доступ к операционной системе и программному обеспечению; 4) встроенный графический процессор с поддержкой технологий параллельных вычислений, таких как CUDA, для выполнения задач глубокого обучения; 5) операционную систему, Linux (например, Ubuntu) или специализированную для БПЛА, которая поддерживает библиотеки, такие как TensorFlow и OpenCV, для разработки и обучения нейронных сетей.

В качестве примера приведем оценку выбранных языковых моделей на тестах HumanEval и MBPP, проводимую на аппаратных платформах Nvidia RTX4090 и Rockchip RK3588S (табл. 2).

Оценка языковых моделей на тестах HumanEval и MBPP

Модель	Платформа	HumanEval (pass@1)	MBPP (pass@1)	Скорость (токен/с)
Qwen2.5-Coder-1.5B-Instruct	Nvidia RTX4090	0,630	0,510	
Qwen2.5-Coder-1.5B-Instruct	Rockchip RK3588S	0,597	0,492	9,60
Qwen2.5-Coder-0.5B-Instruct	Nvidia RTX4090	0,463	0,336	
Qwen2.5-Coder-0.5B-Instruct	Rockchip RK3588S	0,420	0,302	17,84

Эти тесты позволяют сравнить производительность моделей в задачах программирования и генерации кода. На платформе Nvidia RTX4090, обладающей высокой вычислительной мощностью, модель Qwen2.5-Coder-1.5B-Instruct, показывает выдающиеся результаты, демонстрируя высокую точность (0,63). В то же время, эта же модель на более ограниченной платформе Rockchip RK3588S обеспечивает приемлемую производительность (0,597) при меньших требованиях к вычислительной мощности. Модель меньшего размера Qwen2.5-Coder-0.5B-Instruct – характеризуется снижением качества на обеих платформах, однако обеспечивает более высокую скорость генерации кода на платформе Rockchip (17,84 токен/с), что свидетельствует о ее пригодности для применения в условиях ограниченных вычислительных ресурсов и необходимости ускоренного вывода результатов.

**Заключение.** Рассмотрена задача анализа существующих решений для выбора состава аппаратного и программного обеспечения беспилотного летательного аппарата самолетного типа для использования больших языковых моделей при преобразовании естественно-языковых команд в исполняемый код. Приведены сравнения готовых решений по применению больших языковых моделей в системе управления беспилотного летательного аппарата. Предложен состав аппаратного и программного обеспечения необходимого для реализации больших языковых моделей на борту беспилотного летательного аппарата. Определены параметры аппаратного обеспечения для эффективного вычисления на одноплатном компьютере с нейронным процессором сгенерированного программного кода по управлению беспилотным летательным аппаратом.

*Работа проводилась при поддержке гранта РФФ № 24-29-00671,  
<https://rscf.ru/project/24-29-00671/>.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Javaid Sh., Fahim H., Saeed N.** Large Language Models for UAVs: Current State and Pathways to the Future // IEEE Open Journal of Vehicular Technology. 2024. Vol. 5. P. 1166–1192.
2. **Ariza J.A., Baez H.** Understanding the Role of Single-Board Computers in Engineering and Computer Science Education: A Systematic Literature Review // Computer Applications in Engineering Education. 2022. Vol. 30(1). P. 304–329.
3. **Brown T.B., et al.** Language Models are Few-Shot Learners // arXiv preprint arXiv:2005.14165. 2020. 75 p.
4. **Sun Z., Li D., Hu B.** Diversity First, Quality Later: A Two-Stage Assumption for Language Model Alignment // arXiv:2508.10530, 2025.
5. **He Z., Wu H., Zhang X., Yao X., Zheng S., Zheng H., Yu B.** ChatEDA: a large language model powered autonomous agent for EDA // In: Proceedings of the 5th ACM/IEEE Workshop on Machine Learning for CAD. 2023. P. 1–6.
6. **Zhu D., Chen J., Shen X., Li X., Elhoseiny M.** MiniGPT-4: Enhancing Vision-Language Understanding with Advanced Large Language Models // arXiv:2304.10592v2. 2023.
7. **Johnson T., Lee M., Carter P.** Autonomous Aerial Exploration Using Compact Language Models. MIT Computer Science and Artificial Intelligence Laboratory // Technical Report MIT-CSAIL-TR-2024-03. 2024.
8. **Ramirez M., Al-Haditi F., Neim S.** DroneGPT: Natural Language Control for Unmanned Aerial Vehicles // Stanford AI Lab Technical Report, SAIL-TR-2023-04. 2023.
9. **Ventirozos F., Appleby P., Shardlow M.** Are You Sure You're Positive? Consolidating Chain-of-Thought Agents with Uncertainty Quantification for Aspect-Category Sentiment Analysis // arXiv:2508.17258v1. 2025.

I.O. Iochkov, S.G. Amosova (V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Moscow). **Hardware and Software of the Unmanned Aerial Vehicle of the Aircraft Type**

This paper addresses the problem of selecting the hardware and software for an unmanned aircraft of the airplane type using elements of artificial intelligence is formulated. The hardware and software composition necessary for implementing large language models on board an unmanned aircraft is proposed. The hardware parameters for efficient calculation on a single-board computer with a neural processor of the generated program code for controlling an unmanned aircraft are determined.

К. А. ГАРАМОВ, С. А. ЛОБОВ<sup>1</sup>  
(Московский физико-технический институт (МФТИ), Москва)

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИНХРОНИЗАЦИИ СИНАПТИЧЕСКИХ ЗАДЕРЖЕК ПРИ РАСПОЗНАВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАТТЕРНОВ СПАЙКОВЫМИ НЕЙРОННЫМИ СЕТЯМИ

*В данной работе описано локальное правило обучения спайковых нейронных сетей, основанное на регуляции задержек доставки сигнала в сети. Проведены численные эксперименты, в результате которых показано, что в случае малых паттернов и соответствия условий обучения и тестирования, описанное правило показывает перспективные результаты по сравнению с традиционными правилами обучения.*

**Введение.** Одной из ключевых особенностей спайковых нейронных сетей является возможность обработки динамических сигналов без внедрения рекуррентности на уровне архитектуры. При этом благодаря возможности внедрения правил обучения, основанных на динамике локальных переменных, доступно обучение непосредственно в режиме эксплуатации. Эффективность возбуждения постсинаптического нейрона определяется амплитудой входящих токов. Следовательно, суммарный сигнал одномоментный с нескольких входов приводит к возникновению импульса с большей вероятностью, чем разреженные во времени сигналы с тех же входов. С целью синхронизации пресинаптических токов на постсинапсе предложено правило обучения, основанное, в отличие от традиционных правил, на регуляции не весов синаптических связей, а задержек доставки импульсов.

Предложенное правило является перспективным, поскольку оно менее чувствительно к наличию шума, в то время как при обучении правилом пластичности, зависящей от момента возникновения спайка (англ. Spike Timing-Dependent Plasticity, STDP) [1] и аналогичными, используются разные условия (проводимость мембраны, амплитуда и наличие шума) для тренировки, тестирования и (или) эксплуатации.

**Методы.** Архитектура модели представляет собой спайковый нейрон Ижикевича [2], принимающий через синапс сигнал от псевдонейронов, генерирующих потенциалы действия в заданные моменты времени. Сигналы с синапса определяются уравнением:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-y}{\tau} + \sum_{t^{sp}} A (1 - y') \delta(t - t^{sp}) \quad (1)$$

$$I_i = \sum_{j=1}^n g \cdot w_{ij} \cdot y_j, \quad (2)$$

где:  $y$  – синаптический выход,  $y'$  – предыдущее состояние синаптического выхода,  $\tau$  – константа релаксации,  $A$  – константа насыщения (в данном случае  $A=1$ ),  $\delta$  – дельта-функция Дирака,  $g$  – проводимость мембраны,  $w$  – вес связи,  $i$  – постсинаптический нейрон,  $j$  – пресинаптический нейрон.

В качестве модели обучения используется следующая система:

$$ift = t_i^{sp} : \left\{ \begin{array}{l} \Delta d = \lambda \cdot y_j^{d+b} (1 - y_j^{d+b}) \left(1 - \frac{d}{d_{max}}\right) \\ \frac{dy_j^{d+b}}{dt} = \delta(t - t_j^{sp} - d - b) - \frac{y_j^{d+b}}{\tau} \end{array} \right\} \quad (3)$$

$$ift = t_i^{sp} + d + b : \left\{ \begin{array}{l} \Delta d = \lambda \cdot y_j (1 - y_j) \frac{d}{d_{max}} \\ \frac{dy_j}{dt} = \delta(t - t_i^{sp}) - \frac{y_i}{\tau} \end{array} \right\}, \quad (4)$$

где:  $d$  – значение задержки,  $b$  – константа поправки на время возникновения потенциала действия,  $\lambda$  — скорость обучения.

<sup>1</sup> Научный руководитель д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник Лобов С.А.

**Дизайн численных экспериментов.** Для сравнения эффективности моделей был реализован протокол последовательного стимулирования постсинаптического нейрона через каждый синапс с равными интервалами (5 мс). Проводился перебор следующих параметров: проводимость мембраны (от 0.5 до 1.3, с шагом 0.1), а также диапазон шума (0, 0.5, 0.7, 1.0, 1.3). Были взяты архитектуры с 5, 8 и 10 входами (с длительностью подаваемых паттернов 25, 40 и 50 мс соответственно). Процедура обучения заключалась в многократном повторении целевого паттерна, цель обучения — однократный ответ постсинаптического нейрона на выученный паттерн и отсутствие ответа на новый. Для тестирования подавался паттерн со случайной последовательностью импульсов (5, 8 и 10 паттернов для каждой архитектуры; сгенерированные паттерны были одинаковы для всех правил обучения). При обучении, помимо предложенного правила, использовались STDP и триплетное STDP (tSTDP) [3]. Для проверки качества обучения использовалась следующая метрика:

$$Q = \frac{2 \cdot f_k}{f_k + f_u} - 1, \quad (5)$$

где:  $Q$  – качество обучения,  $Q \in (-1, 1)$ ,  $f_k$  – частота ответа на выученный паттерн,  $f_u$  – частота ответа на незнакомый паттерн.

**Результаты.** По итогам численных экспериментов наилучшее значение метрики  $Q$  было достигнуто с помощью правила обучения с задержками. Тем не менее, в случае с 8 и 10 входами наилучшее значение  $Q$  не соответствует целям эксперимента, поскольку количество ответов модели на выученный паттерн превышает число демонстраций этого паттерна во время теста. Это говорит о том, что, по крайней мере, на заданном наборе параметров сеть разбивает целевой на меньшие по размеру паттерны. В случае с 5 входами, лучшие результаты соответствуют  $Q > 0.2$ , что является значимым, с учетом наличия шума в системе (например, из 250 тестовых попыток, 249 ответов на выученный паттерн при 17, 55, 100, 157, 10 на новый). Для STDP и tSTDP лучший показатель находится в пределах  $Q < 0$ , что говорит об отсутствии эффективности при данном подходе к выбору параметров.

**Заключение.** Описанное правило обучения, основанное на регуляции задержек доставки спайков, показало себя эффективнее традиционных STDP правил в обучении, предлагая более широкий выбор параметров и возможность эксплуатации в тех же условиях, в которых проходило обучение. Программный код и данные могут быть получены по запросу авторам. Используемый программный пакет был создан авторами и имеет открытый исходный код [4].

*Работа проводилась при поддержке гранта РФФИ 24-19-00420.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Song, S., Miller, K. D., & Abbott, L. F. (2000). Competitive hebbian learning through spike-timing-dependent synaptic plasticity. *Nature Neuroscience*, 3(9), 919–926.
2. Izhikevich, E. M. (2003). Simple model of spiking neurons. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 14(6), 1569–1572.
3. Pfister, J.-P., & Gerstner, W. (2006). Triplets of spikes in a model of spike timing-dependent plasticity. *The Journal of Neuroscience*, 26(38), 9673–9682.
4. <https://github.com/iamkg0/rustyspikes>

K.A. Garamov, S.A. Lobov (Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow).

*Abstract.* In this paper we describe a local learning rule for spiking neural networks based on the regulation of signal transmission delays in the network. We also conduct numerical experiments, proving that in the case of small patterns and compliance of training and testing conditions, the described rule shows promising results, in comparison with traditional learning rules.

Е. Ю. ТАРАСОВА<sup>1</sup>

(Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург)

**МЕТОД АДАПТИВНОЙ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ОБРАБОТКИ ЗАДАЧ  
В МУЛЬТИАГЕНТНОЙ СИСТЕМЕ**

*Разработан метод децентрализованной адаптации прогнозов времени обработки задач на основе алгоритма SPSSA без использования градиента функции и механизма консенсуса между устройствами управления. Метод устойчив к шуму, ограниченной наблюдаемости и смене режимов работы. Представлены результаты моделирования.*

**Введение.** В мультиагентных системах без централизованного управления важна согласованная работа агентов при неполной информации и зашумлённой обратной связи. Одной из ключевых задач является прогноз времени выполнения поступающих задач. Ошибки в таких оценках снижают эффективность всей системы. Централизованные и градиентные методы плохо работают в динамических условиях. В работе предлагается децентрализованный метод синхронизации моделей прогнозирования, основанный на градиент-свободном алгоритме SPSSA с консенсусом между агентами [1-3].

**Децентрализованные устройства управления.** Каждая задача характеризуется признаками (время поступления, тип, сложность), на основании которых одно из локальных однотипных устройств управления предсказывает ожидаемое время выполнения. Модель прогнозирования может быть линейной или нелинейной, при этом обновление параметров модели осуществляется независимо каждым устройством управления по локальным данным. Предсказания используются при децентрализованном распределении задач между агентами. Чтобы поддерживать согласованность между устройствами управления, используется периодический обмен параметрами моделей с соседями по коммуникационному графу. Для обновления параметров применяется градиент-свободный алгоритм Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (SPSSA) с консенсусом, не требующий вычисления градиентов. Оценка производится по разности значений функции потерь на случайно возмущённых параметрах.

Функционал качества для оценки ошибки предсказания имеет вид:

$$F_p = E_{i \in N_q} [(max\{x_i^T p - p_i^{real} - \delta, 0\})^2], \quad (1)$$

где  $p \in R^d$  — вектор параметров модели,  $x_i$  — вектор признаков задачи,  $p_i^{real}$  — фактическое время обработки,  $\delta > 0$  — порог чувствительности. Обновление параметров на каждой итерации  $q$  осуществляется по схеме:

$$\begin{aligned} x_{2q} &= \hat{\theta}_{q-1} + \beta_q \cdot \Delta_q, \quad x_{\{2q-1\}} = \hat{\theta}_{q-1} - \beta_q \cdot \Delta_q, \\ \hat{\theta}_{2q-1} &= \hat{\theta}_{2q-2}, \quad \hat{\theta}_{2q} = \hat{\theta}_{2q-1} - \frac{\alpha_q}{2\beta_q} (F(x_{2q}) - F(x_{2q-1})), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\hat{\theta}_{q-1}$  — оценка параметров на шаге  $q$ ,  $\Delta_q \in \{-1/d, +1/d\}$  — вектор возмущений,  $\alpha_q, \beta_q$  — положительные коэффициенты. Такое обновление проводится независимо каждым устройством управления, а затем оценки параметров согласовываются с соседями через обмен сообщениями по графу связей, что обеспечивает устойчивую и согласованную адаптацию в распределённой системе даже при наличии шума и задержек.

**Моделирование и результаты.** Проведены вычислительные эксперименты, имитирующие поступление задач со сменой режимов ("дрейф"). Метод на основе SPSSA сравнивался с двумя методами без обмена параметрами (вариация текущего метода без SPSSA и вариация без SPSSA и без дополнительной коррекции), а также с субградиентным распределённым алгоритмом [4], в котором предполагается возможность вычисления субградиента и обмена параметрами между устройствами управления. Этот метод показан как ориентир: он теоретически корректен, но на практике трудно применим при неопределённом шуме.

<sup>1</sup> Научный руководитель: д.ф.-м.н. Граничин О.Н.

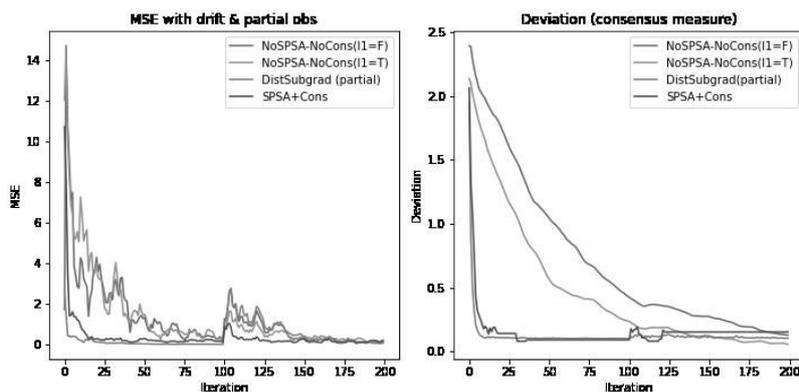


Рис. 1. Сравнение методов по точности прогнозов (слева) и согласованности параметров (справа). NoSPSA-NoCons (I1=F): локальное обновление параметров без обмена с соседями, без регуляризации.

NoSPSA-NoCons (I1=T): аналогично предыдущему, но используется стабилизирующий член (например,  $\ell_1$ -регуляризация) в функции потерь. DistSubgrad (partial): классический распределённый субградиентный метод, при котором устройства усредняют параметры с соседями, но используют приближённые (зашумлённые и неполные) оценки градиента.

На левой части графиков представлена динамика ошибки предсказания, на правой – согласованность параметров между устройствами управления. Метод SPSA+Cons быстрее реагировал на внезапные изменения в распределении задач и поддерживал низкий уровень ошибки, тогда как локальные методы без обмена параметрами заметно хуже адаптировались к «дрейфу». Субградиентный алгоритм демонстрировал стабильное поведение, но его практическая применимость ограничена предположением о доступности точных субградиентов. Результаты указывают, что предложенный метод обеспечивает не только точность предсказаний, но и согласованность моделей устройств управления. Это особенно важно в условиях динамических изменений и неполной информации.

**Заключение.** Разработан и исследован метод децентрализованной корректировки предсказаний длительности задач на основе SPSA и механизма согласования параметров. Показано, что предложенный подход обеспечивает устойчивость к зашумлённой обратной связи и может применяться в мультиагентных системах с частичной наблюдаемостью. В отличие от классических методов, он не требует знания градиентов и может масштабироваться на большие системы.

*Работа выполнена при поддержке Министерства экономического развития Российской Федерации из федерального бюджета в виде предоставления субсидии Санкт-Петербургскому государственному университету (Соглашение от 16 апреля 2025 г. № 139-15-2025-007, ИГК: 000000Ц313925P3O0002).*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Granichin O.N., Polyak B.T. Randomized algorithms for estimating extremal values under noise. *Automation and Remote Control*, 1990, no. 7, pp. 1–11.
2. Spall J.C. Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation. *IEEE Trans. Automat. Control*, 1992, vol. 37, no. 3, pp. 332–341.
3. Granichin O.N. et al. Accelerated Consensus-Based SPSA Algorithm for Multisensor Multitarget Tracking. *Automatica*, 2025 (in press).
4. Nedic A., Ozdaglar A. Distributed subgradient methods for multi-agent optimization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, vol. 54, no. 1, pp. 48–61.

E. Tarasova (Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia). **Method for Adaptive Estimation of Task Processing Time in a Multi-Agent System**

*Abstract.* A decentralized method for adaptive prediction of task processing time is proposed, combining a gradient-free SPSA algorithm with a consensus mechanism between devices. The method is robust to noise, limited observability, and regime shifts. Simulation results are presented.

А. О. ЧЕРНОВ

(Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург)

## СИСТЕМА ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ УСТРОЙСТВ ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ

*Представлена адаптивная архитектура системы взаимного позиционирования устройств Интернета вещей (IoT). Предложенный метод использует попарные измерения расстояний между устройствами, определяя их относительное положение с помощью метода, объединяющего консенсусный алгоритм и алгоритм стохастической аппроксимации одновременными возмущениями.*

**Введение.** Комплексирование данных стало одним из ключевых методов в современной обработке информации. Разнородные данные объединяются для повышения точности производимых оценок и управления [1]. Во многих случаях, например, для обработки мультимодальных потоков [2] и контекстно-зависимых систем [3], важной характеристикой является взаимное расположение устройств.

Как правило, для решения таких задач используются системы локальной навигации с маяками, имеющими известные координаты. Однако часто устройствам необходимо знать лишь взаимное положение, без привязки к каким-либо системам координат.

В этой работе предложен метод взаимного позиционирования, не требующий использования маяков. Этот метод, являющийся модификацией алгоритма, объединяющего алгоритм стохастической аппроксимации одновременными возмущениями с консенсусным алгоритмом, был предложен в [4] для задачи отслеживания целей. В этой работе алгоритм модифицирован для решения задачи взаимного позиционирования устройств.

**Архитектура системы.** Предлагаемая система использует трехуровневую архитектуру, обеспечивающую модульность и легкую заменимость алгоритма каждого уровня.

**Уровень I: Расчёт расстояний.** Алгоритм оценивает расстояния между устройствами сети. В традиционных системах стационарные маяки передают сигналы мобильным меткам. В предложенной системе каждое устройство способно отправлять и принимать сигнал, выступая одновременно и меткой, и маяком. Для этого может использоваться любая из доступных характеристик радиосигнала или любой другой способ. В прототипе системы попарное расстояние определяется на основе индикатора силы полученного сигнала (RSSI). В прототипе системы используются микроконтроллеры ESP32, имеющие сверхнизкое энергопотребление, способные работать в экстремальных условиях и обладающие множеством встроенных компонентов, а также позволяющие получать значение RSSI при получении любого сообщения.

**Уровень II: Управление и связь.** Одной из задач протокола этого уровня является обмен измеренными расстояниями между парами соседних устройств (т.е. устройств, находящихся в радиусе вещания друг друга). В прототипе передача осуществляется с помощью протокола ESP-NOW, который позволяет передавать полезную информацию на уровне сервисных сообщений, без создания беспроводной сети и без подключения к имеющейся. Другой задачей протокола этого уровня является распространение по сети пользовательских управляющих команд в gossip-манере.

**Уровень III: Распределённое позиционирование.** Алгоритм этого уровня агрегирует расстояния, определенные устройством на уровне I, а также расстояния, полученные от соседей на уровне II. На основе получаемых данных алгоритм итеративно оценивает взаимное положение. В прототипе используется SPSA, объединенный с консенсусом. Часть SPSA оценивает положение каждого устройства сети в абстрактной системе координат, а консенсусная часть согласовывает полученные оценки с оценками, полученными соседними устройствами.

**SPSA-консенсусный алгоритм.** Топология сети описывается неориентированным изменяющимся во времени графом  $G_t = (N_t, E_t)$ , где  $N_t$  — множество устройств сети в момент времени  $t$ , а  $E_t \subseteq N_t \times N_t$  — множество возможных коммуникационных связей между устройствами в момент времени  $t$ . Матрица  $A_t = [a_t^{i,j}]$  — матрица смежности графа  $G_t$ .

Координаты устройства  $i$  в момент времени  $t$  обозначаются как  $c_t^i \in \mathbb{R}^3$ . Объединение координат всех  $n$  устройств сети, являющееся вектором состояния системы, обозначается как  $\theta_t^i \in \mathbb{R}^{3n}$ . Оценка  $i$ -м устройством координат  $j$ -го устройства и всего состояния системы в момент времени  $t$  обозначаются как  $\hat{c}_t^{i,j}$  и  $\hat{\theta}_t^i$  соответственно. Устройство  $i$  может измерить расстояние до любого своего соседа  $j$ :  $d_t^{i,j} = \|c_t^i - c_t^j\| + w_t^i$ , где  $w_t^i$  — неизвестный центрированный шум.

Задача распределенного позиционирования формулируется как нестационарная оптимизация со следующей функцией потерь:

$$F_{j,k}^i(\hat{c}_t^{i,j}) = \|I_t^{i,j} - H_t^{i,j,k}\|^2, \quad (1)$$

где  $j$  и  $k$  — пара различных устройств, являющихся соседями  $i$ -го устройства, а также соседями друг друга,  $I_t^{i,j} = ((c_t^{i,j})^T c_t^{i,j})' (c_t^{i,j})^T c_t^{i,j}$ ,  $H_t^{i,j,k} = ((c_t^{i,j})^T c_t^{i,j})' (c_t^{i,j})^T D_t^{i,j,k}$ ,  $c_t^{i,j} = 2(\hat{c}_{t-1}^{i,j} - \hat{c}_{t-1}^{i,i})$ ,  $D_t^{i,j,k} = \|\hat{c}_{t-1}^{i,j}\|^2 - \|\hat{c}_{t-1}^{i,i}\|^2 + (d_t^{i,k})^2 - (d_t^{j,k})^2$ ,  $(\cdot)'$  — обращение матрицы. Модель наблюдения агрегирует функции потерь всех устройств сети:

$$y_t^i(\hat{\theta}_t^i) = \frac{1}{M} \sum F_{j,k}^i(\hat{c}_t^{i,j}), \quad (2)$$

где  $M$  — число всех пар устройств  $j$  и  $k$ , используемых в формуле (1).

Обновление оценки состояния систем выполняется с помощью SPSA-консенсусного алгоритма [4]:

$$\begin{cases} x_t^{i,+} = \hat{\theta}_{t-1}^i + \beta \Delta_t^i \\ x_t^{i,-} = \hat{\theta}_{t-1}^i - \beta \Delta_t^i \\ \hat{\theta}_t^i = \hat{\theta}_{t-1}^i - \alpha \left( \Delta_t^i \frac{y_t^i(x_t^{i,+}) - y_t^i(x_t^{i,-})}{2\beta} + \gamma \sum_{j \in N_t^i} a_t^{i,j} (\hat{\theta}_{t-1}^j - \hat{\theta}_{t-1}^i) \right) \end{cases}, \quad (3)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  — параметр шага, сила возмущения и коэффициента консенсуса. Вектор возмущения  $\Delta_t^i$  состоит из независимых Бернуллиевских компонент, принимающих значение +1 или -1 с равной вероятностью.

**Эксперименты.** Эксперименты выполнялись на микроконтроллерах ESP32-C6 в условиях, приближенных к реальной эксплуатации. Сценарий включал оценивание взаимного расположения в сети из 7 стационарных устройств. Измерения RSSI проводились с интервалом 50 мс, калибровка устройств предварительно была выполнена на расстоянии 1 м. Каждый ESP32 мог измерять расстояние до любого другого устройства в сети.

В Таблице 1 для каждой пары устройств указаны реальное расстояние и расстояние, рассчитанное на основе оцененных позиций, представляющих собой положения устройств в абстрактной, согласованной между всеми устройствами системе координат.

Т а б л и ц а 1

Реальные и рассчитанные расстояния								
Пара	Реальное расстояние	Вычисленное расстояние	Пара	Реальное расстояние	Вычисленное расстояние	Пара	Реальное расстояние	Вычисленное расстояние
1&2	1.40 м	1.42 м	2&4	1.56 м	1.56 м	3&7	1.73 м	1.79 м
1&3	2.38 м	2.41 м	2&5	1.06 м	1.01 м	4&5	1.00 м	0.98 м
1&4	1.76 м	1.79 м	2&6	2.45 м	2.43 м	4&6	0.99 м	0.99 м
1&5	1.07 м	1.02 м	2&7	2.64 м	2.66 м	4&7	1.30 м	1.31 м
1&6	2.16 м	2.16 м	3&4	1.25 м	1.20 м	5&6	1.70 м	1.68 м
1&7	3.01 м	2.95 м	3&5	1.56 м	1.52 м	5&7	2.09 м	2.04 м
2&3	1.29 м	1.33 м	3&6	2.19 м	2.13 м	6&7	1.45 м	1.45 м

**Заключение.** Представленный алгоритм эффективно решает проблему взаимного позиционирования, что подтверждается экспериментами. Децентрализованная архитектура алгоритма обеспечивает масштабируемость и повышенную эффективность, устраняя узкие места централизованной обработки данных. Эти свойства делают алгоритм особенно подходящим для IoT-приложений с переменчивыми и неопределёнными условиями.

*Работа проводилась при поддержке по соглашению о предоставлении из федерального бюджета гранта в форме субсидии федеральному государственному бюджетному образовательному учреждению высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» от 16 апреля 2025г. № 139-15-2025-007: ИГК 000000Ц313925Р3О0002.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Castanedo F. A review of data fusion techniques. *The Scientific World Journal*. 2013. Vol. 2013. № 1. P. 704504.
2. Durrant-Whyte H.F. *Sensor Models and Multisensor Integration*. NY: Springer New York. 1990. P. 73–89.
3. Perera C., Zaslavsky A., Christen P., Georgakopoulos D. Context aware computing for the internet of things: a survey. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2014. Vol. 16. № 1. P. 414–454.
4. Granichin O., Erofeeva V., Ivanskiy Y., Jiang Y. Simultaneous perturbation stochastic approximation-based consensus for tracking under unknown-but-bounded disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2021. Vol. 66. № 8. P. 3710–3717.

A. Chernov (St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russia). **A Distributed System for Mutual IoT Device Positioning**

*Abstract.* Data fusion is an advanced approach in data processing that combines heterogeneous data sources to improve the accuracy and efficiency of estimation and system control. The paper presents an adaptive system architecture for mutual positioning of IoT devices. The proposed method utilizes pairwise distance measurements between devices and determines their relative positions through a hybrid strategy that integrates the Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (SPSA) algorithm with a consensus-based optimization technique.

## ЗАСЕДАНИЕ 4. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НАВИГАЦИИ И ТРАЕКТОРНОГО СЛЕЖЕНИЯ

Д.А. САФИН<sup>1</sup>  
(МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва)

### ДЕКОМПОЗИЦИЯ АЛГОРИТМОВ ИНФОРМАЦИОННОЙ ИНТЕГРАЦИИ ДАННЫХ БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ И ОДОМЕТРА

*Рассматривается декомпозиция алгоритма комплексной обработки информации БИНС-одометр, построенного с учетом факторов, влияющих на точность, что предполагает использование отдельных для горизонтальных и вертикального каналов алгоритмов оценивания ошибок БИНС и одометрического кинематического счисления. Показано, что предложенный подход позволяет повысить быстродействие с минимальной потерей точности.*

**Введение.** Рассматривается задача определения координат, скоростей и параметров ориентации колесного транспортного средства при помощи установленных на нем бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС) и одометра. Первичной информацией выступают показания инерциальных датчиков БИНС – акселерометров и датчиков угловой скорости, а также показания одометра, регистрирующего при повороте измерительного колеса количество парциальных углов, которое при помощи масштабного коэффициента переводится в приращение пройденного пути.

В работах [1-4] описан подход к построению алгоритма комплексной обработки информации БИНС-одометр. Суть этого подхода состоит в том, что при помощи первичной одометрической информации и с использованием данных БИНС об ориентации, осуществляется счисление координат объекта, называемое здесь одометрическим счислением. Избыточность полученной позиционной информации в совокупности с данными БИНС о координатах дает возможность построить оценки ошибок БИНС, одометрического счисления, инструментальных погрешностей БИНС и одометра, а также геометрических параметров их взаимной установки. В качестве алгоритма оценки используется калмановская фильтрация. На основе компенсации полученных оценок формируются скорректированные параметры траектории – координаты и составляющие скорости, вместе с параметрами ориентации приборного трехгранника БИНС.

В рамках этого подхода в работах [5-6] описаны факторы, влияющие на точность, а именно, несоосность приборного трехгранника БИНС, образованного осями чувствительности её датчиков, и связанного с объектом трехгранника, линейные смещения приведенного центра БИНС относительно точки привязки данных одометра, рассинхронизация соответствующих информационных потоков, погрешность масштабного коэффициента одометра. Приводятся математические модели алгоритма, учитывающие эти особенности. Результаты обработки экспериментальных данных показали работоспособность алгоритма интеграции БИНС-одометр и приемлемую точность в решении задачи навигации при использовании приборов различного класса точности. Показана эффективность докалибровки системы БИНС-одометр по функционированию для повышения точности навигационных определений.

Предлагаемый доклад посвящен декомпозиции указанного алгоритма комплексной обработки информации БИНС-одометр. С целью уменьшения объема вычислений на основе алгоритма, представленного в [1-6], строится декомпозированный алгоритм и исследуются его точность и быстродействие в сравнении с исходным алгоритмом оценивания. Далее приводятся основные особенности и модели исходного алгоритма комплексной обработки информации в системе БИНС-одометр, поясняется суть процесса декомпозиции на составные части и приводятся результаты анализа точности и быстродействия полученного алгоритма по сравнению с исходным.

**Математические модели полноразмерного алгоритма интеграции БИНС-одометр представляют собой:**

1. модельные уравнения трехмерного автономного инерциального счисления БИНС [7];

---

<sup>1</sup> Научный руководитель к.ф.м.н ведущий научный сотрудник Вавилова Н.Б.

2. модельные уравнения трехмерного одометрического счисления координат с использованием показаний одометра и параметров ориентации, предоставляемых БИНС;

При этом высота из одометрического счисления используется для демпфирования неустойчивого вертикального канала БИНС посредством введения обратной связи при помощи фильтра Калмана.

Методически поставленная задача сводится к решению задачи коррекции. Составляющие алгоритма интеграции следующие:

1. параметры выбранной модели инструментальных погрешностей БИНС и одометра;
2. трехмерные уравнения ошибок счисления БИНС;
3. трехмерные уравнения ошибок одометрического счисления;
4. модели корректирующих измерений.

Таким образом, в алгоритме комплексной обработки информации решается задача оценивания вектора состояния

$$x = (\Delta y_1, \Delta y_2, \Delta h, \delta V_1, \delta V_2, \delta V_3, \alpha_1, \alpha_2, \beta_3, v_{z1}^0, v_{z2}^0, v_{z3}^0, \Delta f_{z1}^0, \Delta f_{z2}^0, \Delta f_{z3}^0, \Delta y_E^d, \Delta y_N^d, \Delta h^d, \kappa, \Delta \kappa_1, \Delta \kappa_3, l_{z1}, l_{z2}, l_{z3}, \tau)^T$$

при помощи позиционных измерений одометра. В состав вектора оцениваемых параметров входят:

1. ошибки автономного инерциального счисления БИНС:
  - позиционные  $\Delta y_1, \Delta y_2, \Delta h$ ;
  - скоростные  $\delta V_1, \delta V_2, \delta V_3$ ;
  - ошибки определения ориентации  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_3$ ;
2. параметры принятой модели инструментальных погрешностей инерциальных датчиков - акселерометров и ДУС  $v_{z1}^0, v_{z2}^0, v_{z3}^0, \Delta f_{z1}^0, \Delta f_{z2}^0, \Delta f_{z3}^0$ ;
3. позиционные ошибки одометрического счисления  $\Delta y_E^d, \Delta y_N^d, \Delta h^d$ ;
4. погрешность масштабного коэффициента одометра  $\kappa$ ;
5. параметры взаимной геометрии одометра и БИНС, а именно:
  - взаимные перекосы системы БИНС-одометр по каналам курса и тангажа  $\Delta \kappa_1, \Delta \kappa_3$ ;
  - смещения приведенных центров БИНС и одометра  $l_{z1}, l_{z2}, l_{z3}$ ;
6. относительное запаздывание данных БИНС и одометра  $\tau$ .

**Декомпозированный алгоритм.** При записи уравнений ошибок в осях географического трехгранника параметры ошибок вертикального канала слабо влияют на параметры ошибок горизонтальных каналов. Поэтому с целью уменьшения объема вычислений представляется разумным использовать декомпозированный подход. Это предполагает использование отдельных для горизонтальных и вертикального каналов алгоритмов оценивания ошибок БИНС и одометрического кинематического счисления. Декомпозиция алгоритмов производится с целью уменьшения вычислительных нагрузок и повышения быстродействия алгоритмов. Введем векторы:

$$x^{hor} = (\Delta y_1, \Delta y_2, \delta V_1, \delta V_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta_3, v_{z1}^0, v_{z2}^0, v_{z3}^0, \Delta f_{z1}^0, \Delta f_{z2}^0, \Delta y_E^d, \Delta y_N^d, \kappa, \Delta \kappa_3, l_{z1}, l_{z2}, \tau)^T,$$

$$x^{vert} = (\Delta h, \delta V_3, \Delta f_{z3}^0, \Delta h^d, \Delta \kappa_1, l_{z3})^T.$$

Для декомпозиции были выбраны именно эти группы параметров исходя из поведения ковариационных характеристик ошибок оценок параметров при моделировании на характерных траекториях. Вместо одного общего вектора состояния  $x$  размерности 25 и одного общего алгоритма оценивания можно использовать два фильтра 19 и 6 порядка с векторами состояния  $x^{hor}$  и  $x^{vert}$ . В итоге общая схема решения задачи интеграции будет такова:

- двумя фильтрами горизонтальных и вертикального каналов БИНС осуществляется оценивание ошибок инерциального и одометрического счислений, а также погрешностей основной информации;
- на этапе прогноза фильтра Калмана между фильтрами формируются перекрестные управления по соответствующим оценкам каждого из декомпозированных фильтров.

Таким образом, вместо фильтра 25 порядка, предлагается использовать два фильтра 19 и 6 порядков. Результаты, демонстрирующие эффективность работы построенного полноразмерного алгоритма интеграции БИНС и одометра приведены в работах [5-6].

**Обработка экспериментальных данных.** В экспериментальном исследовании использовались инерциальные датчики навигационного класса точности с дрейфами ДУС в запуске до 0.04 граду-

са в час, частота регистрации показаний 200Гц. Минимальное приращение позиционных измерений одометра составляло 16 см. Траектория движения содержала участки торможения и разгона, повороты. Длина представляемого маршрута составила 111 километров. Для коррекции использовалась только позиционная информация от одометра.

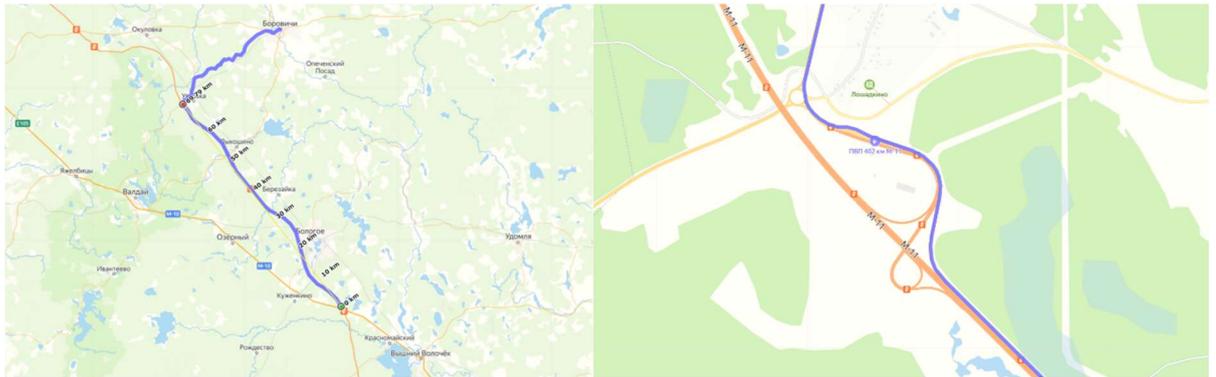


Рис. 1. Оцененная траектория фильтром реального времени, наложенная на карту  
Фрагмент траектории --- дорожная развязка, 70 километров от точки старта.

Ошибка определения местоположения в реальном времени составила менее 0.03% от пройденного пути. Результаты полного и декомпозированного фильтров почти не отличаются. Приведем графики оценок инструментальных погрешностей БИНС (смещений нулей ньютонометров и дрейфов двух датчиков угловой скорости), полученных полноразмерным фильтром и декомпозированным фильтром. Для сравнения графики наложены друг на друга.

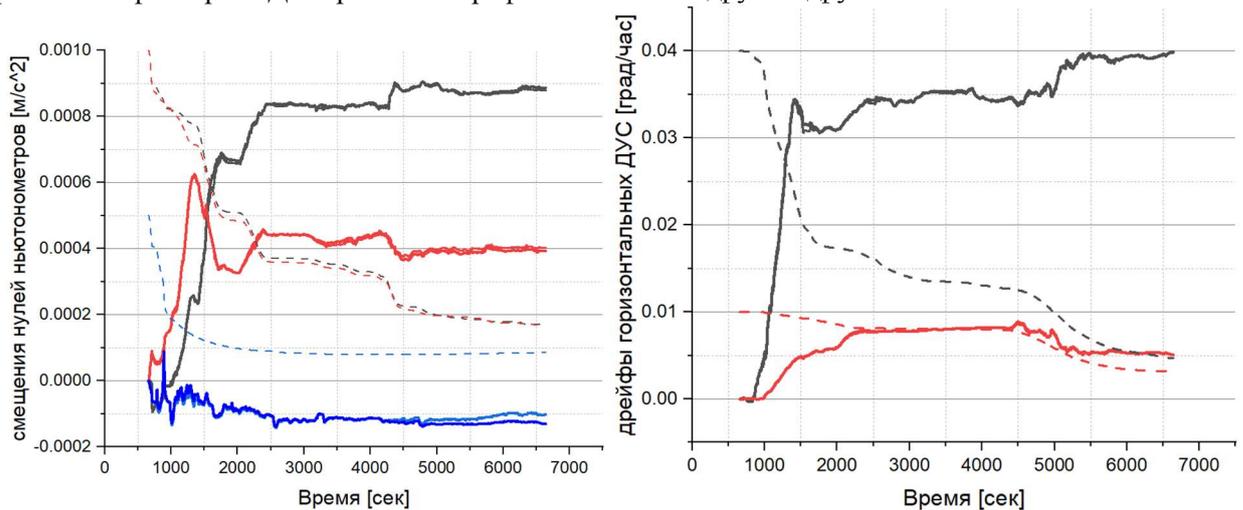
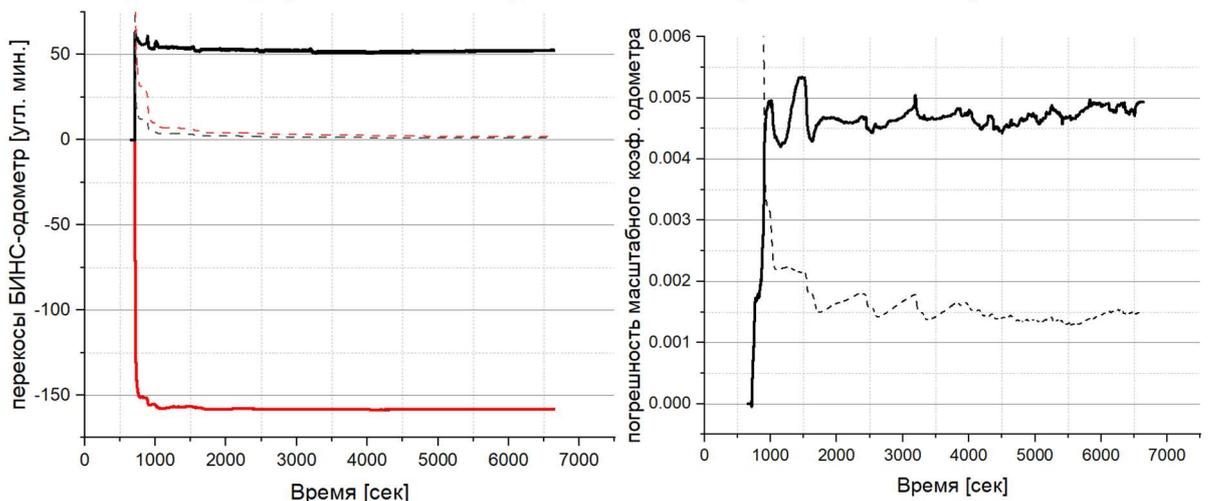


Рис. 2. Оценки инструментальных погрешностей БИНС и среднеквадратические отклонения ошибок оценок (пунктиром).

Также приведем графики оценок инструментальных погрешностей одометра.



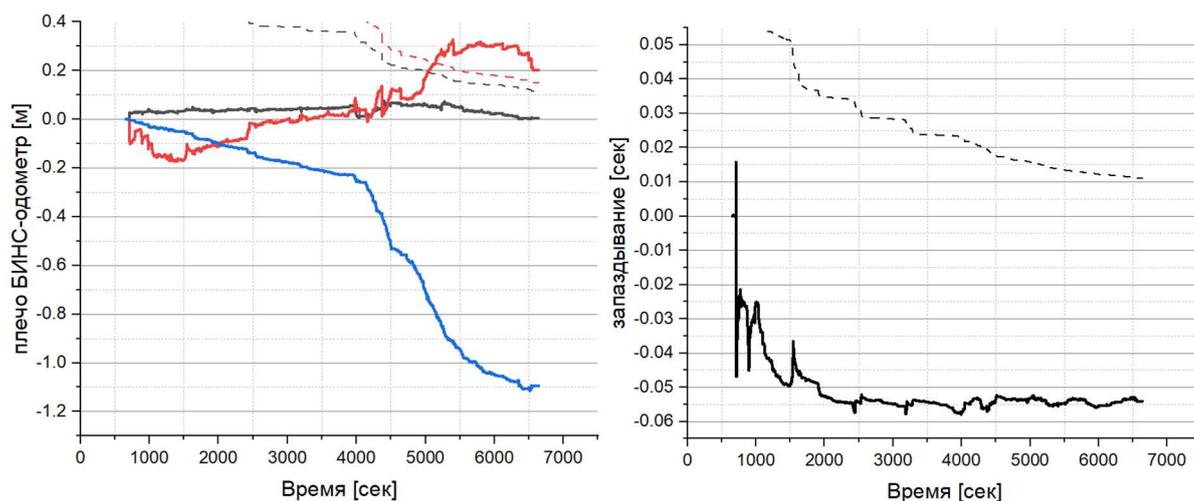


Рис. 3. Оценки инструментальных погрешностей одометра и среднеквадратические отклонения ошибок оценок (пунктиром).

Оценки фильтром 25 порядка и декомпозированным фильтром 19+6 порядка практически совпадают. При этом отношение времени выполнения декомпозированного фильтра к времени выполнения полного фильтра равно 0.48. Таким образом, декомпозированный алгоритм даёт сопоставимую точность при повышении быстродействия примерно в 2 раза.

#### Заключение.

1. Представлен алгоритм комплексной обработки информации БИНС и одометра и его декомпозированный вариант.
2. Математические модели алгоритма учитывают значимые особенности этой задачи:
  - взаимные перекосы системы БИНС-одометр по каналам курса и тангажа;
  - погрешность масштабного коэффициента одометра;
  - разнесение приведенного центра БИНС и одометра;
  - рассинхронизация информационных потоков БИНС и одометра.
3. Было показано увеличение быстродействия декомпозированного алгоритма в 2 раза по сравнению с полноразмерным алгоритмом.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Голован А.А., Никитин И.В. Задачи интеграции БИНС и одометра с точки зрения механики корректируемых инерциальных навигационных систем. Часть 1. «Вестник московского университета. Математика. Механика.» №2, стр. 69-72, Москва, 2015.
2. Голован А.А., Никитин И.В. Задачи интеграции БИНС и одометра с точки зрения механики корректируемых инерциальных навигационных систем. Часть 2. «Вестник московского университета. Математика. Механика.» №4, стр. 68-72, Москва, 2015.
3. Никитин И.В. Задача навигации наземного объекта на основе данных БИНС и одометра. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 2015
4. Голован А.А. Интеграционное решение «БИНС-одометр»: позиционный вариант // Гироскопия и навигация. 2021. Т. 29. №2. С. 110–125. DOI 10.17285/0869-7035.0066.
5. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Сафин Д.А., Назаров В.Г. Результаты тестирования на геополигоне навигационного обеспечения подвижных навигационно-геодезических комплексов. // XXXIV конференция памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. Сборник докладов. — ГНЦ РФ АО Концерн ЦНИИ Электроприбор, Санкт-Петербург: 2024. — С. 63–67.
6. Сафин Д.А. An algorithm for raw data fusion of a strapdown inertial navigation system and odometer. Сборник Proceedings of the Chinese-Russian "Navigation and Motion Control" Youth Forum 2024, место издания Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg, Russia, с. 94-96
7. Н.Б. Вавилова, А.А. Голован, Н.А. Парусников. Математические основы навигационных систем. Математические модели инерциальной навигации. М.: Издательство Московского университета, Москва 2020, 162 с.

D.A. Safin (Lomonosov Moscow State University, Moscow). **Decomposition of algorithm for raw data fusion of a strapdown inertial navigation system and odometer**

The paper examines the decomposition of the INS-odometer integrated information processing algorithm, designed accounting for accuracy-influencing factors. This involves the use of separate, practically independent algorithms for estimating errors in the horizontal and vertical channels of the INS, as well as odometer-aided dead reckoning. Such an approach increases processing speed without compromising information quality.

А. В. БРАГИН

(МГУ имени М.В. Ломоносова, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

## О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С ИНФОРМАЦИЕЙ О МАГНИТНОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ В ЗАДАЧЕ НАВИГАЦИИ ПЕШЕХОДА

*Рассматривается система навигации пешехода на основе инерциальных датчиков, закрепленных на стопах. Корректирующей информацией являются нулевая скорость в фазе опоры и курс, вычисляемый по измерениям магнитометра. Сравниваются два варианта обобщенного фильтра Калмана – состоятельный и несостоятельный. Результаты обработки реальных экспериментов показали, что при использовании состоятельного фильтра ошибка навигации значительно снижается.*

**Введение.** Автономная навигация пешехода – относительно новая и актуальная область навигации. Такая навигация требуется, когда источники внешней навигационной информации, такие как спутниковые навигационные системы (СНС) недоступны, в частности, в военном деле, при организации поисково-спасательных работ. Рассматривается система навигации пешехода на основе микромеханических инерциальных датчиков, прикрепленных к стопам. Такой способ крепления позволяет использовать для коррекции навигационного решения информацию о нулевой скорости стопы в фазе опоры. Коррекция по нулевой скорости позволяет значительно снизить ошибки навигации, но не решает проблемы накопления ошибки угла курса. Основным источником информации о курсе является магнитометр, обычно входящий в состав инерциального измерительного блока.

При использовании упрощенных уравнений навигации [1] возникает несколько форм обобщенного фильтра Калмана (ОФК), при помощи которого обрабатываются измерения нулевой скорости. В предыдущих работах [2, 3] было доказано, что состоятельный ОФК можно построить, используя так называемые динамические ошибки. Состоятельность фильтра влияет на корректность расчета ковариаций. Однако в предыдущих работах не было продемонстрировано заметное влияние состоятельности на точность навигации.

Целью настоящей работы является демонстрация этого влияния. Приводятся результаты обработки данных реальных экспериментов, которые показывают кратное увеличение точности навигации при использовании информации от магнитометров.

Результаты показывают, что в условиях благоприятной магнитной обстановки система навигации на основе микромеханических инерциальных и магниточувствительных датчиков позволяет достигать высоких точностей (порядка десятков метров за 30-40 минут навигации).

**Основные уравнения.** Приведем уравнения движения:

$$\begin{pmatrix} \dot{p}'_n \\ \dot{v}'_n \\ \dot{C}'_{sn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v'_n \\ C'_{sn}{}^T f'_s + g_n \\ \hat{\omega}'_s C'_{sn} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $p'_n, v'_n$  обозначают оценки координат и скоростей в навигационной системе координат (с.к.),  $C'_{sn}$  – матрицу перехода от навигационной с.к. к приборной,  $g_n$  – удельную силу тяжести,  $f'_s = f_s + \Delta f_s$  – измерения удельной силы,  $\omega'_s = \omega_s - v_s$  – измерения гироскопов,  $\Delta f_s, v_s$  – погрешности измерений. При записи уравнений движения считается, что Земля плоская и не вращается [1], эти допущения широко используются в навигации пешехода.

Приведем уравнения ошибок, соответствующие уравнениям (1), в двух формах: в полных ошибках координат  $\Delta p_n$  и скоростей  $\Delta v_n$

$$\Delta p_n = p'_n - p_n, \quad \Delta v_n = v'_n - v_n,$$

где  $p'_n$  - оценки координат,  $p_n$  - истинные значения координат,  $v'_n$  - оценки скоростей,  $v_n$  - истинные значения скоростей; и в динамических ошибках координат  $\delta p_n$  и скоростей  $\delta v_n$

$$\delta p_n = \Delta p_n + \hat{p}_n \beta_n, \quad \delta v_n = \Delta v_n + \hat{v}_n \beta_n,$$

где  $\beta_n$  обозначает ошибку ориентации, а  $\hat{p}_n$ ,  $\hat{v}_n$  - кососимметрические матрицы, построенные по векторам  $p_n$ ,  $v_n$ .

Уравнения ошибок в полных ошибках:

$$\begin{vmatrix} \Delta \dot{p}_n \\ \Delta \dot{v}_n \\ \dot{\beta}_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta v_n \\ -\hat{f}'_n \beta_n + C'_{sn} \Delta f_s \\ C'_{sn}{}^T v_s \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Уравнения ошибок в динамических ошибках:

$$\begin{vmatrix} \delta \dot{p}_n \\ \delta \dot{v}_n \\ \dot{\beta}_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta v_n + \hat{p}'_n C'_{sn}{}^T v_s \\ \hat{g}_n \beta_n + C'_{sn}{}^T \Delta f_s + v'_n C'_{sn}{}^T v_s \\ C'_{sn}{}^T v_s \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где  $\hat{g}_n$  обозначает кососимметрическую матрицу, построенную по вектору удельной силы тяжести.

К системе (1), (2) и (1), (3) применяется ОФК [3]. Корректирующей информацией в обоих случаях являются измерения нулевой скорости, формирующиеся при обнаружении фазы опоры, и измерение угла курса, формирующееся на основе информации от магнитометра. Фаза опоры определяется при помощи алгоритма SHOЕ [4]. Ниже для компактности будут приведены уравнения измерений для системы (1), (3) со следующим вектором ошибок:

$$x = \left( \delta p_n{}^T \quad \delta v_n{}^T \quad \beta_n{}^T \right)^T.$$

Уравнения для системы (1), (2) приводятся в [3].

$$\begin{aligned} z_v &= \delta v_n + r_v = H_v x + r_v; \\ H_v &= [0_3 \quad I_3 \quad 0_3], \end{aligned} \quad (4)$$

где  $z_v$  – измерение нулевой скорости в терминах вектора ошибок,  $r_v$  – ошибка измерения,  $H_v$  – матрица измерения нулевой скорости, соответствующая вектору состояния ОФК  $x$ .

$$\begin{aligned} z_\psi &= \beta_3 = H_\psi x + r_\psi; \\ H_\psi &= [0_{1 \times 3} \quad 0_{1 \times 3} \quad 0 \quad 0 \quad 1], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $z_\psi$  – измерение курса в терминах вектора ошибок,  $r_\psi$  – ошибка измерения,  $H_\psi$  – матрица измерения курса, соответствующая вектору состояния ОФК  $x$ .

**Эксперимент, оборудование и результаты.** Для выяснения точности навигации было проведено несколько экспериментов большой длительности: 45, 60 и 90 минут. Использовался инерциальный измерительный блок (ИИБ) А1 компании Гирав. Его характеристики и внешний вид приведены на рисунке 1.

В таблице 1 приведены результаты обработки трех экспериментов.

Т а б л и ц а 1

Результаты обработки экспериментов			
Длительность эксперимента	Пройденное расстояние	Ошибка навигации в полных ошибках	Ошибка навигации в динамических ошибках
45 мин	4030 м	102 м (3,6%)	35 м (1,2%)
60 мин	5000 м	54 м (1,1%)	20 м (0,4%)
90 мин	6000 м	165 м (2,8%)	93 м (1,7%)

**ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ****Канал угловой скорости**

Диапазон измерения	±900°/с
Полоса пропускания по уровню -3 дБ	до 160 Гц
Точность масштабного коэффициента <sup>1</sup>	0,3%
Нелинейность масштабного коэффициента <sup>1</sup>	0,02%
Спектральная плотность мощности шума <sup>1</sup>	0,0025°/с/√Гц
Случайное угловое блуждание <sup>2</sup>	0,1°/ч
Нестабильность смещения нуля в запуске <sup>2</sup>	норм. 5°/ч
Стабильность смещения нуля от запуска к запуску <sup>1,4</sup>	0,2°/с
Неортогональность осей <sup>2</sup>	1 мрад
Интенсивность шума (400Гц) <sup>1</sup>	180°/ч

**Канал линейного ускорения<sup>3</sup>**

Диапазон измерения	±8g
Полоса пропускания по уровню -3 дБ	до 1000 Гц
Точность масштабного коэффициента <sup>1</sup>	±0,1%
Нелинейность масштабного коэффициента <sup>1</sup>	±0,1%
Спектральная плотность мощности шума <sup>1</sup>	22,5 мкг/√Гц
Случайное блуждание скорости <sup>2</sup>	8 мм/с/ч
Нестабильность смещения нуля в запуске <sup>2</sup>	3 мкг (ось X, Y) 5 мкг (ось Z)
Стабильность смещения нуля от запуска к запуску <sup>1,4</sup>	1 мкг (ось X, Y) 1,5 мкг (ось Z)
Неортогональность осей <sup>2</sup>	1 мрад
Интенсивность шума (400Гц) <sup>1</sup>	0,4 мг

**Характеристики магнитометра**

Диапазон измерения магнитного поля	±0,8 мТ
Интенсивность шума (400Гц) <sup>1</sup>	120 нТ

**Общие характеристики**

Точность датчиков температуры	±2°С
Частота обновления данных	до 400 Гц
Скорость обмена цифрового интерфейса	до 3 Мбит/с
Диапазон рабочих температур	-40°С...+85°С
Напряжение питания	5 В±5%
Потребляемая мощность	менее 0,8 Вт
Время готовности после подачи питания	менее 1 с
Масса	45 ± 5 г

Рис.1. Слева – внешний вид ИИБ А1, справа – его основные характеристики.

**Заключение.** Проанализированы результаты обработки алгоритма навигации пешехода на данных реальных экспериментов и показано, что состоятельная форма ОФК *при должном качестве информации о курсе* позволяет увеличить точность в разы. Удалось достичь точности порядка 1% от пройденного пути, что говорит о высоком потенциале метода и возможности создания систем автономной навигации пешехода на основе микромеханических инерциальных датчиков и магниторезистивных магнитометров.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. **Saab S. S., Gunnarsson K. T.** Automatic alignment and calibration of an inertial navigation system //Proceedings of 1994 IEEE Position, Location and Navigation Symposium-PLANS'94. – IEEE, 1994. – P. 845-852
2. **Bolotin Y. V., Bragin A. V., Gulevskii D. V.** Исследование состоятельности расширенного фильтра Калмана в задаче навигации пешехода с БИНС, закрепленными на стопах // *Гироскопия и навигация*. 2021. Т. 29, № 2. С. 59–77
3. **Болотин Ю. В., Брагин А. В.** О некоторых свойствах фильтра Калмана в задаче навигации пешехода // *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. 2023. № 3. С. 56–61.
4. **Skog I. et al.** Zero-velocity detection—An algorithm evaluation //IEEE transactions on biomedical engineering. – 2010. – Vol. 57. – №. 11. – P. 2657-2666

A.V. Bragin, (Lomonosov Moscow State University, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Moscow) **On some peculiarities of inertial navigation system and Earth magnetic field information data fusion in pedestrian navigation**

*Abstract.* Pedestrian navigation system based on foot-mounted inertial measurement units is considered. The system is aided with zero-velocity updates and magnetometer-supplied heading. Two forms of extended Kalman filter (consistent, based on the so-called dynamic errors) and inconsistent (based on so-called full errors) are compared. High-duration experiments (45, 60 and 90 minutes) with GyroNav A1 IMU were conducted. Consistent variant of the filter gives 3 times more accurate results compared to the inconsistent one. Remarkable accuracy was shown in both experiments (35, 20 and 93 meters errors for the 45, 60 and 90 minutes experiments respectively). However, these results are obtained in absence of magnetic disturbances. Further studies should be done to find out if such accuracy is attainable in more harsh scenarios.

О. А. СТЕПАНОВ, А. В. МОТОРИН, А. М. ИСАЕВ  
(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО, Санкт-Петербург)

## ВЗАИМОСВЯЗЬ И ОТЛИЧИЯ БАЙЕСОВСКИХ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ И МЕТОДОВ ФАКТОР-ГРАФ ОПТИМИЗАЦИИ

*Рассматриваются взаимосвязь и отличия алгоритмов оценивания, основанных на байесовском подходе и алгоритмов, направленных на решение задачи оптимизации с применением фактор графов. Обсуждаются причины выигрыша в точности алгоритмов, основанных на фактор граф оптимизации (ФГО), по сравнению с рекуррентными алгоритмами фильтрации калмановского типа. Анализируются преимущества и недостатки каждого из подходов, а также рассматривается возможность их комбинированного применения.*

**Введение.** В последнее время при решении широкого круга задач активное применение получили алгоритмы, основанные на методах фактор-граф оптимизации (Factor-graph optimization) [1–7]. Так, достаточно часто эти методы внедряются в алгоритмы комплексной обработки навигационной информации, особенно применительно к робототехническим системам [4–7] и в алгоритмы решения задач одновременной локализации и картографирования (Simultaneous Localization and Mapping - SLAM) [2,3,8,9]. При этом зачастую для программной реализации алгоритмов ФГО разработчики используют готовое программное обеспечение, например библиотеку с открытым исходным кодом GTSAM – Georgia Tech Smoothing and Mapping [9]. С одной стороны, это даёт возможность им, не вдаваясь в специфику используемых методов, с успехом реализовывать алгоритмы комплексной обработки информации для решения прикладных задач. С другой – такой подход не позволяет в полной мере использовать преимущества алгоритмов ФГО. Зачастую, разработчики рассматривают алгоритмы ФГО, как алгоритмы, построенные в рамках оптимизационного подхода, отмечая преимущества алгоритмов, направленных на решение задачи оптимизации с применением фактор-графов перед традиционными рекуррентными алгоритмами, построенными в рамках байесовского подхода [6]. Вместе с тем, как показано в [3,10] ФГО и байесовский подход тесно связаны между собой.

Целью настоящей работы является формализация взаимосвязи стохастических алгоритмов оценивания, основанных на байесовском подходе и алгоритмов, направленных на решение задачи оптимизации, в том числе с применением фактор-графов, и обсуждение возможности и целесообразности построения комбинированных алгоритмов оценивания, основанных на байесовском подходе с применением методов ФГО. Предлагаемый доклад основан на работе [10] и здесь большее внимание уделяется взаимосвязи используемых графических моделей и моделей, применяемых в рамках байесовского подхода, таких как ф.п.р.в., а также их совместному использованию.

**Постановка и решение задачи оценивание в рамках стохастического байесовского подхода.** Отличительная особенность байесовского подхода (БП) заключается в предположении о стохастической природе оцениваемых параметров и погрешностей измерения. При этом предполагаются известными их свойства, задаваемыми совместной ф.п.р.в. Постановка рассматриваемой задачи оценивания в рамках байесовского подхода заключается в поиске оценки  $n$ -мерного случайного вектора  $x_k$ , описываемого, в общем случае, нелинейным формирующим фильтром вида:

$$x_k = f_k(x_{k-1}, u_k) + \Gamma_k w_k, \quad (1)$$

по  $m$ -мерным измерениям  $y_k$  вида:

$$y_k = h_k(x_k) + v_k, \quad (2)$$

где  $u_k$  –  $p$ -мерный вектор известных входных сигналов;  $w_k$  –  $n_w$ -мерный центрированный дискретный гауссовский белый шум, не зависящий от  $x_0$ , с матрицей ковариаций  $Q_k$ ;  $\Gamma_k$  – матрица

размерности  $n \times n_w$ ;  $v_k$  –  $m$ -мерный центрированный дискретный гауссовский белый шум, не зависящий от  $x_0$  и  $w_k$ , с матрицей ковариаций  $R_k$ ;  $f_k(\bullet)$ ,  $h_k(\bullet)$  – известные  $n$ - и  $m$ -мерные вектор-функции, описывающие динамику для вектора состояний и измерения,  $k$  – индекс дискретного времени. Также считается, что  $x_0$  – гауссовская случайная величина с заданным априорным мат. ожиданием  $\bar{x}_0$  и матрицей ковариаций  $P_0$ . Параметры гауссовских шумов в (1) и (2), а также априорные параметры распределения  $x_0$ , позволяет рассчитать параметры априорного распределения всего вектора  $X_k = (x_1^T, \dots, x_k^T)^T$ , и функций правдоподобия всех измерений  $Y_k = (y_1^T, \dots, y_k^T)^T$ .

Известно, что оптимальная в среднеквадратическом смысле байесовская оценка  $X_k$ , соответствующая квадратичной функции потерь, определяется в виде [11]:

$$\hat{X}_k(Y_k) = \int X_k p(X_k / Y_k) dX_k, \quad (4)$$

где  $p(X_k / Y_k)$  – апостериорная функция плотности распределения вероятностей (ф.п.р.в.) вектора  $X_k$ . Подчеркнем, что компоненты вектора  $\hat{x}_j(Y_k)$  для  $j=k$  соответствуют решению задачи фильтрации, а для  $j=1 \dots k-1$  – задаче сглаживания [11–14].

В случае же простой функции потерь байесовская оценка  $X_k$  определяется как

$$\hat{X}_k^{MAP}(Y_k) = \arg \max_{X_k} p(X_k / Y_k). \quad (5)$$

Заметим, что в обоих случаях для получения оценки необходимо располагать апостериорной ф.п.р.в. Решение (5) совпадает с (4) в случае, если математическое ожидание соответствует максимуму апостериорной ф.п.р.в., в частности, это выполняется в линейной задаче, когда функции  $f_k(\bullet)$ ,  $h_k(\bullet)$  линейны а плотность  $p(X_k / Y_k)$  – гауссовская.

Основными достоинствами БП является возможность вычисления помимо оценок, текущих характеристик точности в виде условной матрицы ковариаций ошибок оценивания  $P_k(Y_k) = \int (X_k - \hat{X}_k)(X_k - \hat{X}_k)^T p(X_k / Y_k) dX_k$ , и вычисления безусловной матрицы ковариаций  $G_k(Y_k) = \int \int (x_j - \hat{x}_j(Y_k))(x_j - \hat{x}_j(Y_k)) p(X_k / Y_k) dX_k dY_k$ , элементы которой определяют среднеквадратические погрешности (СКП), характеризующие потенциальную точность оценивания при решении конкретных задач, аналогичных задаче (1), (2).

Традиционно решение задачи (4) в байесовском подходе отыскивается с применением рекуррентных алгоритмов, основанных на разложении на множители (факторизации) апостериорной ф.п.р.в. и использовании известных рекуррентных соотношений для апостериорной ф.п.р.в. [11–14]:

$$p(X_k / Y_k) = p(Y_k / X_k) p(X_k) = p(x_0) \prod_{i=1}^k p(x_i / x_{i-1}) \prod_{i=1}^k p(y_i / x_i), \quad (6)$$

где  $p(y_i / x_i)$  – условная по отношению к  $x_i$  ф.п.р.в. измерений (2), совпадающая с точностью до множителя с функцией правдоподобия;  $p(x_0)$  – априорная ф.п.р.в.  $x_0$ ,  $p(x_i / x_{i-1})$  – переходные ф.п.р.в. модели (1).

Опираясь на эти соотношения, в линейной задаче могут быть получены экономичные в вычислительном отношении рекуррентные алгоритмы фильтра Калмана и решения задачи сглаживания с использованием алгоритма Раух-Тунг-Штрибель [14, 15].

Нелинейные задачи вида (1), (2) нередко решаются с использованием линеаризации – представлении нелинейных функций в виде:

$$\begin{aligned} f_i(x_{i-1}) &\approx f_i(x_i^{a_1}) + \Phi_i(x_{i-1} - x_i^{a_1}), \\ h_i(x_i) &\approx h_i(x_i^{a_2}) + H_i(x_i - x_i^{a_2}), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\Phi_i, H_i$ , – матрицы Якоби функций  $f_k(\bullet), h_k(\bullet)$  в точках линеаризации  $x_i^{n_1}, x_i^{n_2}$ . Применение (7) в рамках байесовской постановки при определенном выборе точек линеаризации приводит к обобщенному фильтру Калмана (ОФК) и соответствующему обобщенному алгоритму сглаживания Раух-Тунг-Штрибеля [13-15]. По существу, линеаризация (7) предполагает гауссовскую аппроксимацию всех, входящих в (6), сомножителей ф.п.р.в. Отметим, что в рамках байесовского подхода разработан целый набор алгоритмов решения нелинейных задач, основанных, на различных методах линеаризации, так называемые рекуррентные алгоритмы фильтрации калмановского типа, например ансамбльный, кубатурный и т.д. фильтры Калмана [11–14, 16].

Нетрудно убедиться, что использование линеаризации (7) сводит решение задачи в рамках БП к поиску минимума критерия вида:

$$J^{БП}(X_k) = \left( \begin{bmatrix} H \\ \Phi \end{bmatrix} X_k - \begin{bmatrix} \tilde{Y}_k \\ U_k \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} R^{-1} & 0 \\ 0 & G^{-1} \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} H \\ \Phi \end{bmatrix} X_k - \begin{bmatrix} \tilde{Y}_k \\ U_k \end{bmatrix} \right), \quad (8)$$

где  $G^{-1} = blkdiag(P_0^{-1} \quad (\Gamma_1 Q_1 \Gamma_1^T)^{-1} \quad \dots \quad (\Gamma_k Q_k \Gamma_k^T)^{-1})$ ,  $blkdiag(\bullet)$  означает блочно-диагональную

матрицу,  $U_k = [\bar{x}_0^T \quad -\tilde{u}_1^T \quad \dots \quad -\tilde{u}_k^T]^T$ ,  $\tilde{u}_k = f_k(x_k^{n_1}, u_k) - \Phi_k x_k^{n_1}$ ,  $\tilde{Y}_k = [\tilde{y}_1^T \quad \dots \quad \tilde{y}_k^T]^T$ ,  $\tilde{y}_k = y_k - h_k(x_k^{n_2}) + H_k x_k^{n_2}$ ,  $H = [0 \quad blkdiag(-H_1 \quad \dots \quad -H_k)]$ ,  $R = blkdiag(-R_1 \quad \dots \quad -R_k)$ ,

$$\Phi = \begin{bmatrix} E & 0 & \dots & 0 \\ -\Phi_1 & E & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -\Phi_k & E \end{bmatrix}.$$

Функция (8) представляет собой не что иное как квадратичную форму вектора  $X_k$ . Минимум (8) соответствует решению переопределенной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида

$$AX_k = b, \quad (9)$$

где  $A = S \begin{bmatrix} H \\ \Phi \end{bmatrix}$ ,  $b = S \begin{bmatrix} \tilde{Y}_k \\ U_k \end{bmatrix}$ , а  $S$  соответствует разложению  $\begin{bmatrix} R^{-1} & 0 \\ 0 & G^{-1} \end{bmatrix} = S^T S$ . Для решения (9)

используются экономичные в вычислительном отношении алгоритмы, основанные на QR-разложения матрицы  $A$ , или разложения Холецкого матрицы  $A^T A$ , так как вследствие большой размерности  $X_k$ , прямое обращение матрицы  $A^T A$  слишком сложно вычислительно [2,3]. При этом  $AA^T = P_k^{-1}(Y_k)$ , т.е.  $A^T A$  является информационной матрицей (обратной матрице ковариаций) гауссовой аппроксимации апостериорной ф.п.р.в.  $p(X_k / Y_k)$ .

**Постановка и решение задачи оценивание в рамках детерминированного (оптимизационного) подхода.** Наряду с БП при решении задач оценивания используются алгоритмы, при синтезе которых не вводится предположение о случайном характере оцениваемого вектора и погрешностей измерения. Получение оценки в этом случае основано на нахождении экстремума некоторого заранее выбранного из тех или иных соображений критерия. Так, применительно к рассматриваемой задаче в качестве такого критерия при решении задачи (1), (2) в нерекуррентной постановке может быть выбран критерий вида

$$J^{БП}(X_k) = (X_k - \bar{X}_k)^T D (X_k - \bar{X}_k) + (X_k - H(X_k))^T Q (X_k - H(X_k)), \quad (10)$$

где  $\bar{X}_k, D, Q$  - известные заранее заданные векторы и матрицы согласованной размерности, а  $H(X_k) = (h_1(x_k), \dots, h_l(x_k))^T$ . В сущности, такой критерий используется в методе наименьших квадратов (НМК), названным в [11] модифицированным МНК

Нетрудно убедиться, что при выполнении линейаризации и определенном выборе  $\bar{X}_k, D, Q$  критерий (10), будет совпадать с критерием (8) и таким образом, оценки получаемые в рамках байесовского и детерминированного (оптимизационного) подходов БП, и соответствующие им ошибки будут между собой совпадать. Как следствие точности, обеспечиваемые с использованием. Ясно при этом, что и здесь приходится сталкиваться с задачей поиска экстремума квадратичной формы, либо близкой к ней функции, полученной с помощью линейаризации.

Заметим, что в рамках детерминированного подхода, к сожалению, не могут быть рассчитаны характеристики точности, аналогичные тем, которые рассчитываются в БП. В то же время, обращаясь к формулировке задачи в рамках БП можно ввести необходимые параметры  $\bar{X}_k, D, Q$  из разумных соображений, а также использовать в качестве характеристик точности матрицы, вычисляемые аналогично тому, как это делается в рамках БП. С другой стороны, приемы, направленные на сокращение объема вычислений, наработанные в рамках двух подходов, могут быть использованы при реализации алгоритмов, вне зависимости от того, в рамках как из них сформулирована задача.

При разработке оптимизационных алгоритмов получили применение те же приемы, что и в БП, использующие QR-разложения и разложения Холецкого матрицы  $A$ . Кроме того, развитие получили и специфические приемы и методы, направленные на сокращение объема вычислений и основанные на представлении критерия, соответствующего квадратичной функции с помощью графов. Именно это и объясняет используемое наименование методы фактор-граф оптимизации (ФГО). Начиная с 2006 года [2,3], методы ФГО стали активно применяться для решения навигационных задач. В первую очередь, они были востребованы при решении задачи SLAM, обладающей рядом особенностей, достаточно эффективно учитываемых при построении экономичных алгоритмов оценивания с позиций ФГО.

Обратим внимание на то, что для получения вычислительно эффективного алгоритма нахождения экстремума, необходимо чтобы верхне-треугольная матрица  $R$  QR-разложения матрицы  $A$  была разрежена, что может быть обеспечено с использованием графических моделей, в частности, фактор-графов. Применительно к решению задач оценивания такие модели тесно связаны с введенными в БП понятиями. Так, фактор граф может быть использован в качестве графической модели факторизации апостериорной ф.п.р.в.  $p(X_k / Y_k)$ . Факторизации (6) соответствует фактор граф рис. 1.

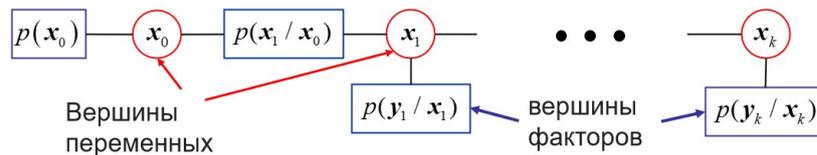


Рис. 1. Представление факторизации (5) апостериорной ф.п.р.в. виде фактор графа.

Более того, в [3,9] показано, что заполнение верхне-треугольной матрицы  $R$  QR-разложения матрицы  $A$  соответствует заполненности матрицы смежности байесовской сети, полученной исключением вершин факторов из фактор графа рис. 1. Байесовская сеть для фактор-графа рис. 1 может быть представлена, например, а в виде рис. 2 и соответствует факторизации ф.п.р.в. вида

$$p(X_k / Y_k) = p(x_0 / Y_k) \prod_{i=1}^k p(x_i / x_{i-1}, Y_k). \quad (10)$$



Рис. 2. Представление факторизации (10) апостериорной ф.п.р.в. в виде байесовской сети.

Такая тесная взаимосвязь графических моделей, разложения ф.п.р.в. и заполнения матриц  $R$  и  $A$  позволяет получать QR-разложения матрицы  $A$  с большой разреженностью. Использование этих методов при решении задач оценивания (1), (2) не приведут к существенному снижению вычислительной сложности, так как  $R$  будет блочно-двухдиагональной, что делает построение рекуррентных алгоритмов наиболее вычислительно простым. Алгоритмам ФГО в этом случае будут соответствовать нерекуррентные байесовские алгоритмы, рассмотренные в работе [10].

Следует также помнить, что отличие алгоритмов ФГО и рекуррентных алгоритмов калмановского типа, таких как ОФК, в нелинейных задачах обусловлено только разным количеством используемых измерений [10].

Востребованность методов ФГО объясняется в первую очередь тем, что имеется ряд задач, в которых использование приемов ФГО позволяет существенно сократить объем вычислений по сравнению с традиционными рекуррентными алгоритмами [2,3,9]. В этой связи следует упомянуть задачу SLAM, которую можно поставить как задачу оценивания вектора  $x_k$ , описывающего движение, объекта вместе с большим постоянным вектором  $M$ , описывающим карту. Традиционные алгоритмы калмановского типа из-за большой размерности оцениваемого вектора  $[x_k, M]$ , для которого необходимо хранить и вычислять заполненную матрицу ковариаций [8], являются здесь вычислительно сложными. В нерекуррентном случае задача ставится как совместное оценивание векторов  $M$  и  $X_k$ , при этом, учитывая сложную взаимосвязь векторов  $M$  и  $X_k$ , возникающую за счет измерений, задача получения разреженного QR-разложения матрицы  $A$  становится нетривиальной, а  $R$  перестает быть блочно-двухдиагональной. Графические модели позволяют легче представлять и решать эту задачу. Более того в iSAM2 [3,9] показано, что матрица  $R$  может вычисляться инкрементно, т.е. обновляться после получения каждого нового измерения и/или шага на основе матриц  $H_k$ ,  $\Phi_k$ , и ее значений с предыдущего шага. Представление в виде байесовского древа показывает, что при этом пересчету подлежит не вся матрица  $R$ , а только определенные ее части, что позволяет сэкономить вычислительный ресурс, в том числе и за счет того, что нет необходимости заново проводить линеаризацию. Учитывая, что  $R^T R = P_k^{-1}(Y_k)$ , ФГО также позволяет получить расчетные характеристики точности для оцениваемого вектора. Это становится возможным благодаря аналогии между графическими моделями и ф.п.р.в., возникающими в рамках байесовского подхода.

Важно оговориться, что все алгоритмы калмановского типа, основанные на линеаризации, как в рекуррентном, так и нерекуррентном вариантах, имеют ограниченное применение и успешно работают лишь при одноэкстремальном характере апостериорной ф.п.р.в. В тех же случаях, когда это не так, приходится в рамках БП строить оптимальные или близкие к ним алгоритмы, опирающиеся на более полное описание апостериорной ф.п.р.в., например, на основе последовательных методов Монте-Карло [17]. С помощью этих алгоритмов в рамках БП удастся рассчитывать потенциальную точность и использовать ее для анализа эффективности предлагаемых субоптимальных алгоритмов, в том числе основанных и на ФГО.

**Заключение.** При решении рассматриваемого класса задач в линейной и линеаризованной постановках оценки, вычисляемые с помощью алгоритмов, синтезируемых с использованием оптимизации на фактор-графах и нерекуррентных оптимальных байесовских алгоритмов между собой совпадают и обеспечивают таким образом одинаковую точность. Отмечаемый в литературе выигрыш в точности для алгоритмов, построенных с использованием фактор-графов, по сравнению с субоптимальным рекуррентным алгоритмом фильтрации калмановского типа обусловлен нерекуррентным характером обработки измерений в алгоритмах ФГО, по сути, решающим задачу сглаживания, обеспечивающую, как известно, более высокую точность оценивания, чем в задаче фильтрация. Решение задачи сглаживания также легко реализуется в рамках байесовского подхода. Установленная взаимосвязь ФГО и байесовского подхода обосновывает их комбинированное применение, предполагающее формулировку решаемой задачи в рамках байесовского подхода, позволяющего вычислять характеристики точности для оценок вектора неизвестных параметров, и привлечение методов фактор-граф оптимизации, в ряде случаев позволяющих существенно сократить объем вычислений при реализации алгоритмов.

*Исследование выполнено за счет гранта РНФ № 23-19-00626, <https://rscf.ru/project/23-19-00626/>*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **C. Taylor, J. Gross** Factor Graphs for Navigation Applications: A Tutorial // Navigation: Journal of the Institute of Navigation, September 2024, 71 (3) navi.653; DOI: <https://doi.org/10.33012/navi.653>
2. **S. Thrun, M. Montemerlo** The GraphSLAM Algorithm with Applications to Large-Scale Mapping of Urban Structures // The International Journal of Robotics Research Vol. 25, No. 5–6, 2006, pp. 403–429

3. **M. Kaess, H. Johannsson, R. Roberts, V. Ila, J. Leonard, and F. Dellaert** iSAM2: Incremental Smoothing and Mapping Using the Bayes Tree // International Journal of Robotics Research, Volume 31, Issue 2, 2011 pp. 216 - 235 <https://doi.org/10.1177/0278364911430419>
4. **W. Wen, T. Pfeifer, X. Bai, Li-Ta Hsu** Factor graph optimization for GNSS/INS integration: A comparison with the extended Kalman filter // NAVIGATION 2021;68:315–331.
5. **E. Olson**, AXLE: Computationally-efficient trajectory smoothing using factor graph chains // 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Xi'an, China, 2021, pp. 7443- 7448, doi: 10.1109/ICRA48506.2021.9561823.
6. **S. Xin, X. Wang, J. Zhang, K. Zhou, and Y. Chen**, A comparative study of factor graph optimization-based and extended Kalman filter-based PPP-B2b/INS integrated navigation // Remote Sens, vol. 15, 5144, 2023, <https://doi.org/10.3390/rs15215144>.
7. **A.A. Penkovsky, J. Mahmoud, M. Mohrat, and S.A. Kolyubin**, Robust visual-inertial odometry for ground robots in dynamic environments // 30th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, pp. 49–54, 2023
8. **G. Dissanayake, P. Newman, S. Clark, H. F. Durrant-Whyte, M. Csorba** A Solution to the Simultaneous Localization and Map Building (SLAM) Problem / IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 17, no. 3, June 2001 pp. 229-241 2024
9. **F. Dellaert and GTSAM Contributors**, Georgia Tech Smoothing and Mapping library, <https://github.com/borglab/gtsam>, 2022.
10. **О.А. Степанов, В.П. Золотаревич, Ю.А. Литвиненко, А.М. Исаев, А.В. Моторин**, Алгоритмы оптимизации на графах в задачах обработки навигационной информации. Отличия и взаимосвязь с байесовскими алгоритмами оценивания // В сборнике: XXXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник докладов. Санкт-Петербург, 2024. С. 336-344.
11. **О.А. Степанов** Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2025, 529 с.
12. **О.А. Степанов** Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации // СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор". 2003. 370 с
13. **Gibbs, Bruce P.** Advanced Kalman Filtering, Least-Squares and Modeling: A Practical Handbook, John Wiley&Sons, Inc., 2011.
14. **Särkkä, S.**, Bayesian Filtering and Smoothing, Cambridge University Press, 2013.
15. **Rauch, H. E., Tung, F., & Striebel, C. T.** Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems // AIAA Journal, 3(8), 1965, pp. 1145–1150.
16. **О.А. Степанов, Ю.А. Литвиненко, А.М. Исаев** Сравнительный анализ квазилинейных алгоритмов калмановского типа в задаче оценивания марковской последовательности при нелинейностях в формирующем фильтре и уравнениях измерений // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2024. – Т. 25, № 11. – С. 585-595.
17. **О.А. Степанов, А.М. Исаев, В.А. Васильев, А.Б. Торопов** Процедуры существенной переывборки при построении алгоритмов, основанных на последовательных методах Монте-Карло. Известия РАН. Теория и Системы Управления, 2025 – в печати

О.А. Stepanov, A.V. Motorin, A.M. Isaev (CSRI Elektropribor, ITMO University, St. Petersburg). **Relationship And Differences Between Bayesian Estimation Algorithms And Factor Graph Optimization Methods**

*Abstract.* The relationship and differences between estimation algorithms based on the Bayesian approach and algorithms aimed at solving the optimization problem using factor graphs are considered. The reasons for the gain in accuracy of algorithms based on factor graph optimization compared to recurrent Kalman-type filtering algorithms are discussed. The advantages and disadvantages of each approach are analyzed, and the possibility of their combined use is considered.

М. С. ИВАНОВ

(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

## АДАПТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ КООРДИНАТ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ МАНЕВРИРУЮЩЕГО МОРСКОГО ОБЪЕКТА

*Описаны некоторые алгоритмы адаптивного оценивания координат и параметров движения маневрирующего объекта и приведены результаты их моделирования и сравнительного анализа.*

**Введение.** Существует значительное количество работ, посвященных задаче оценивания координат и параметров движения объекта (КПДО) [1 – 18]. При решении задачи оценивания КПДО на море, как правило, рассматриваются два варианта. В первом случае предполагается, что объект движется прямолинейным галсом с постоянной скоростью на всем временном участке решения задачи оценивания, а задача оценивания в таком случае осложнена лишь нелинейностью измерений – дистанции и/или пеленга [7]. Во втором случае – считается, что объект движется прямолинейным галсом и затем маневрирует в неизвестный для наблюдателя момент времени. В этом случае решение задачи осложняется не только нелинейностью измерений, но и неопределенностью модели движения объекта [10]. Задача оценивания во втором случае решается, как правило, с использованием адаптивного подхода [11, 15], в рамках которого выдвигается несколько гипотез о движении объекта. Наибольшее распространение среди алгоритмов, реализованных в рамках такого подхода, получил интерактивный многомодельный (Interactive Multiple Models – IMM) алгоритм, основанный на использовании нескольких взаимодействующих моделей [4].

Целью настоящей работы является исследование эффективности решения задачи оценивания координат и параметров движения маневрирующего морского объекта по измерениям дистанции и пеленга, полученным неподвижным наблюдателем, с использованием следующих алгоритмов: IMM алгоритма [4] и адаптивного алгоритма с подстройкой эквивалентного шума [15].

**Постановка задачи.** Предполагается, что необходимо решать задачу сопровождения маневрирующего объекта. Его движение на плоскости в декартовой системе координат описывается с помощью следующего формирующего фильтра:

$$X_i = \Phi X_{i-1} + \Gamma u_i, i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где  $X_i$  – вектор состояния объекта, включающий в себя две составляющие декартовые координаты в метрах и скорости объекта в м/с, т.е.  $X_i = (x_i \ y_i \ V_i^x \ V_i^y)^T$ ;  $u_i$  – двумерный вектор неизвестных управляющих воздействий в м/с<sup>2</sup> такой, что при движении объекта на галсе  $u_i = 0$ , а на циркуляции, т.е. во время маневра, –  $u_i \neq 0$ ; матрицы динамики  $\Phi$  (размерности  $4 \times 4$ ) и управляющих воздействий  $\Gamma$   $\Gamma$  (размерности  $4 \times 2$ ) считаются известными.

В каждый момент времени наблюдателем фиксируются пеленг на объект и дистанция до него, описываемые как:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_i \\ \tilde{r}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan\left(\frac{x_i}{y_i}\right) \\ \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \end{bmatrix} + v_i^{\theta r}, \quad (2)$$

где знак  $\sim$  означает, что величина измерена с погрешностью;  $v_i^{\theta r}$  – погрешность измерений, которая считается векторной нормальной центрированной белозумной последовательностью с

известной матрицей ковариаций  $R_i^{\theta r} = \begin{vmatrix} (\sigma_i^\theta)^2 & 0 \\ 0 & (\sigma_i^r)^2 \end{vmatrix}$ .

Для упрощения решения задачи с использованием известных формул осуществляется переход от нелинейных измерений (2) к псевдолинейным измерениям [3, 7, 19] составляющих координат  $x_i$  и  $y_i$ :

$$z_i = \begin{vmatrix} \tilde{x}_i \\ \tilde{y}_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \tilde{r}_i \sin \tilde{\theta}_i \\ \tilde{r}_i \cos \tilde{\theta}_i \end{vmatrix} = HX_i + v_i^{xy}(r_i, \theta_i) \approx HX_i + \tilde{v}_i^{xy}(\tilde{r}_i, \tilde{\theta}_i), \quad (3)$$

где  $H$  – матрица наблюдений;  $v_i^{xy}(r_i, \theta_i)$  – действительная погрешность измерений, зависящая от истинных  $r_i$  и  $\theta_i$ ;  $\tilde{v}_i^{xy}(\tilde{r}_i, \tilde{\theta}_i)$  – полученная на основе линеаризации приближенное представление погрешности в виде нормальной центрированной белозумной

последовательности с матрицей ковариаций  $R_i^{xy} = \begin{vmatrix} (\sigma_i^x)^2 & k_i^{xy} \\ k_i^{xy} & (\sigma_i^y)^2 \end{vmatrix}$ .

Следует заметить, что знак приближения в (3) обусловлен именно  $\tilde{v}_i^{xy}(\tilde{r}_i, \tilde{\theta}_i)$  [3].

Требуется в каждый момент времени, располагая измерениями  $\tilde{x}_i$  и  $\tilde{y}_i$ , найти оценки  $\hat{X}_i$ , расчетные среднеквадратические погрешности (СКП), характеризующие точность оценивания, и вероятность наличия маневра.

Опишем кратко исследуемые алгоритмы.

**ИММ алгоритм** [4]. Алгоритм вырабатывает оценку текущего состояния, СКП и апостериорную вероятность для каждой модели динамики. Этот алгоритм использует несколько фильтров, каждый из которых настроен на определенную модель динамики, которая в общем случае может быть записана в виде [10, 15]:

$$X_i^k = \Phi X_{i-1}^k + \Gamma(u_i^k + w_i), \quad (4)$$

где  $k = \overline{1..N^M}$  – номер модели,  $N^M$  – число моделей;  $u_i^k = (a_i^{xk} \ a_i^{yk})^T$  – вектор управляющих воздействий с выбранными ускорениями  $a_i^{xk}$  и  $a_i^{yk}$ ;  $w_i$  – белый нормальный центрированный порождающий шум с выбранной матрицей ковариаций  $Q$ .

Считается, что в каждый момент возможна смена модели одной модели динамики на другую и известна вероятность такого перехода. Матрица, определяющая вероятности перехода считается известной.

При проектировании алгоритма предполагается наличие параметрической неопределенности, т.е. для каждого фильтра используется модель (4) со следующими параметрами [11]:

$$u_i^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; u_i^2 = \begin{pmatrix} -0.1 \\ -0.1 \end{pmatrix}; u_i^3 = \begin{pmatrix} -0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix}; u_i^4 = \begin{pmatrix} 0.1 \\ -0.1 \end{pmatrix}; u_i^5 = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix}; Q = \begin{vmatrix} 0.06^2 & 0 \\ 0 & 0.06^2 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Согласно (5), первая модель настроена на движение галсом, остальные – на маневр.

При проектировании ИММ алгоритма необходимо задать матрицу переходных вероятностей **П**. В настоящей работе эта матрица имеет размерность  $5 \times 5$  и имеет следующий вид:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.025 & 0.025 & 0.025 & 0.025 \\ 0.2 & 0.7 & 0.05 & 0.05 & 0 \\ 0.2 & 0.05 & 0.7 & 0 & 0.05 \\ 0.2 & 0.05 & 0 & 0.7 & 0.05 \\ 0.2 & 0 & 0.05 & 0.05 & 0.7 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Элементы матрицы (6) определяют вероятность перехода состояния объекта из одной модели в другую на каждом шаге.

В алгоритме для каждой модели рассчитываются апостериорные вероятности. Так как заранее известно, какие модели настроены на маневр, то суммируя их апостериорные вероятности, можно в каждый момент времени получить итоговую апостериорную вероятность маневра.

**Адаптивный алгоритм с подстройкой эквивалентного шума** [8, 15]. Алгоритм вырабатывает оценку текущего состояния, расчетную СКП и вероятность правильного обнаружения маневра. Алгоритм основан на использовании Q-фильтров [3]. Под Q-фильтром понимается алгоритм, представляющий собой фильтр Калмана, в котором вместо (1) используется формирующий фильтр:

$$X_i = \Phi X_{i-1} + \Gamma w_i = \Phi X_{i-1} + \tilde{w}_i, \quad (7)$$

где  $\tilde{w}_i$  – нормальный центрированный белый шум с матрицей ковариации Q, именуемый эквивалентным шумом [3, 8, 15], заменяющий вектор неизвестных управляющих воздействий в (1).

Алгоритм использует 3 Q-фильтра: первый Q-фильтр является робастным и настроен на высокий уровень шума; второй фильтр настроен на низкий уровень шума, имеет матрицу ковариаций эквивалентного шума с диагональными элементами малой величины и используется для обнаружения маневра; третий является фильтром с подстройкой шума, т.е. в зависимости от взаимного поведения робастного и третьего фильтров, матрица ковариаций принимает одно из двух заранее выбранных значений  $Q_i = Q_2 \vee Q_1, Q_2 > Q_1$  [15]. Решение о переключении принимается на основе расчета вероятности правильного переключения, которая вычисляется с использованием апостериорных функций плотности распределения вероятностей (ф.п.р.в.) каждого фильтра и выбранного порога. Такой алгоритм соответствует фильтру параллельной структуры [3].

Обнаружение маневра реализуется не с использованием накопления и анализа невязок [8], или как еще называют в литературе – обновляющих последовательностей [5], а с использованием оценок, полученных разными фильтрами. Интеграл от ф.п.р.в. оценки координат Q-фильтра с меньшей матрицей ковариаций, что находится за установленным порогом от ф.п.р.в. оценки робастного Q-фильтра, интерпретируется как вероятность правильного обнаружения маневра [19]:

$$p_i^M = 1 - \iint_{\Omega} p^2 \left( (x_i \ y_i)^T / Z_{1i} \right), \quad (8)$$

где  $p^2 \left( (x_i \ y_i)^T / Z_{1i} \right)$  – апостериорная ф.п.р.в. координат второго фильтра, настроенного

на меньший уровень шума;  $Z_{1i} = (z_1, z_2, \dots, z_i)^T$  – накопленные к моменту  $i$  измерения;

$\Omega = g \left( \gamma_x, \gamma_y, \hat{x}_i, \hat{y}_i \right)$  – область, определяемая оценками координат  $\hat{x}_i, \hat{y}_i$ , полученными

первым, робастным, фильтром, и выбранными порогами  $\gamma_x, \gamma_y$  по каждой координате.

Интеграл от ф.п.р.в. оценки робастного Q-фильтра за пределами установленного порога интерпретируется как вероятность ложного обнаружения маневра.

**Результаты моделирования.** При моделировании движение объекта задавалось двумя последовательными галсами с участком маневра между ними. Начальные координаты, скорость и курс объекта задавались случайными, распределенными по нормальному закону с заданными

математическими ожиданиями и матрицей ковариаций. Угол и время циркуляции задавались фиксированными, радиус циркуляции зависел от скорости объекта. Скорость объекта в рамках одной реализации не менялась. Моделирование проводилось с использованием метода статистических испытаний с целью определения качества работы адаптивного алгоритма по сравнению с IMM алгоритмом и гипотетическим фильтром Калмана (ФК) [6], для которого управляющие воздействия в (1) являются известными, путем расчета безусловных СКП оценивания. На рисунке 1 приведены безусловные СКП оценивания дистанции, вычисленные с использованием известных выражений [21], полученные по 1000 реализаций.

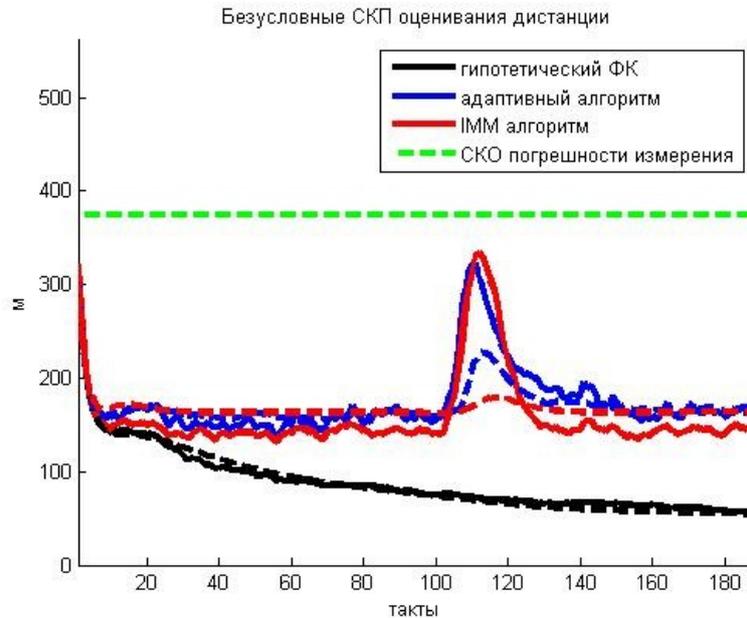


Рис. 1. Безусловные СКП оценивания дистанции

(сплошной линией показаны безусловные действительные СКП; пунктирной линией – безусловные расчетные СКП; зеленой пунктирной линией – среднеквадратическое отклонение (СКО) погрешности измерения дистанции).

На рисунке 2 приведены вероятности обнаружения маневра двумя алгоритмами. Маневр моделировался как циркуляция объекта с постоянным радиусом на всем интервале маневрирования, скорость объекта на маневре не менялась. Можно заметить, что вероятность обнаружения маневра, полученная адаптивным алгоритмом с подстройкой эквивалентного шума выше, чем для IMM алгоритма.

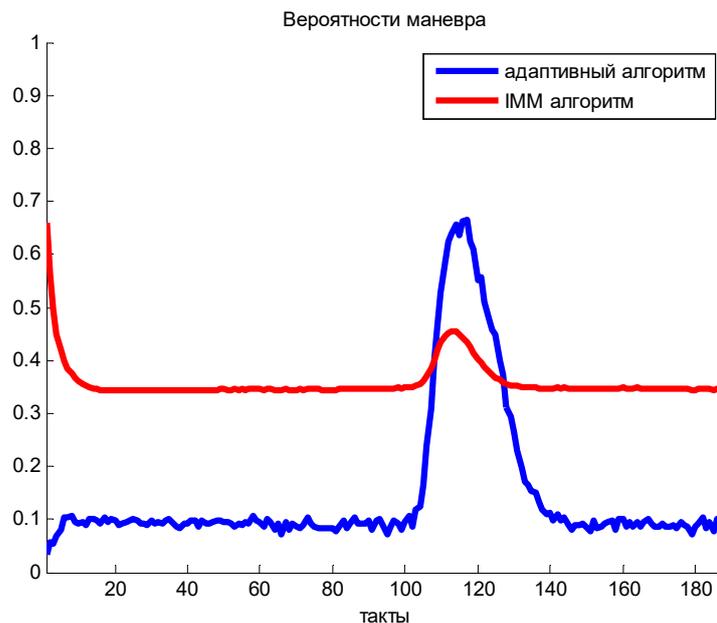


Рис. 2. Вероятность обнаружения маневра

**Заключение.** Исследована эффективность решения задачи оценивания координат и параметров движения маневрирующего объекта с использованием адаптивного алгоритма с подстройкой эквивалентного шума и ИММ алгоритма. Адаптивный и ИММ алгоритмы показали одинаковую СКП оценивания местоположения объекта, но уступают гипотетическому ФК. Адаптивный алгоритм показал более высокую вероятность обнаружения маневра. Важно отметить, что ИММ алгоритм является более сложным в настройке. В следующих работах планируется исследовать возможность выбора оптимальных параметров для адаптивного алгоритма.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Довгай В.В., Кузьмин С.З., Песецкая В.М.** Методы оценки параметров объектов по данным радиолокационных измерений: Обзорно-аналитическая информация.– Л., ЦНИИ «Румб», 1976, с. 45.
2. **Георгизон Е.Б., Григорьев Ф.А., Кузнецов Н.Н., Мединец Д.Р.** Алгоритм оценивания параметров движения встречных судов.– Вопросы судостроения, сер. Общетехническая, 1977, вып. 26, с.32...37.
3. **Ивановский Р.И., Эпштейн М.К.** Оценка параметров движения маневрирующих объектов. – ЦНИИ «Румб», 1984, 96 с.
4. **Blom, H. A. P., and Bar-Shalom, Y.** The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **33**, 8 (Aug.1988), 780—783.
5. **Фарина А., Студер Ф.** Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей: Пер. с англ.– М.: Радио и связь, 1993.–320 с.: ил.
6. **Bar-Shalom Y., Rong Li X., Kirubarajan T.** (2001). Estimation with applications to tracking and navigation: Theory algorithms and software (1st ed). John Wiley & Sons.
7. **Li X. R., Jilkov V. P.** A survey of maneuvering target tracking. Part III: Measurement Models // In Proceedings of the 2001 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, vol. 4473, San Diego, CA, July—Aug. 2001, 423—446.
8. **Li X. R., Jilkov V. P.** A survey of maneuvering target tracking. Part IV: Decision-based methods // In Proceedings of the 2002 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, vol. 4728, Orlando, FL, Apr. 2002, 511—534.
9. **Ristic B., Arulampalam M.** Tracking a maneuvering target using angle-only measurements: algorithms and performance. *Signal Processing*, 2003, 83(6), 1223—1238.
10. **Li X. R., Jilkov V. P.** A survey of maneuvering target tracking. Part I: Dynamic models // *IEEE Trans. on AES*. 2003 №4 P.1333—1364.
11. **Li X. R., Jilkov V. P.** A survey of maneuvering target tracking. Part V: Multiple-model methods // *IEEE Trans. on AES*. 2005 №4 P.1255—1321.
12. **Benlian Xu.** An adaptive tracking algorithm for bearing-only maneuvering target// *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*, 2007.- January. Vol. 7, no. 1. – Pp. 304-312.
13. **Bar-Shalom Y., Willet P.K., Tian X.** *Tracking and Data Fusion: A Handbook of Algorithms*. YBS Publishing, 2011.
14. **Пюнинен С.А.** Метод определения координат и параметров движения нелинейно движущегося объекта с использованием только угломерной информации. – КубГАУ, №78(04), 2012.
15. **Коновалов А.А.** Основы траекторной обработки радиолокационной информации: в 2 ч. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. Ч. 2. 180 с.
16. **Jahan K., Naga Lakshimi M.M., Suresh P., Praveenya R.L.L., Swarjan P.** Extended Kalman Filter for Bearings-Only Tracking. *Journal of Engineering Sciences*, 2022, 13(7), 792 – 795.
17. **Солонар А.С., Хмарский П.А., Цуприк С.В.** Траекторный измеритель координат и параметров движения наземных объектов по данным бортовой оптико-локационной системы// *Гироскопия и навигация*. Том 31, №3(122), 2023. С. 91 – 108.
18. **Гриненков А.В., Машошин А.И.** Алгоритм Определения координат и параметров движения подводного источника шумоизлучения без специального маневрирования наблюдателя// *Гироскопия и навигация*. Том 32, №2(125), 2024.
19. **Степанов О.А.** Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. – СПб: ГНЦ РФ – ЦНИИ «Электроприбор», 1988. – 370 с.
20. **Тихонов В.И.** Оптимальный прием сигналов.–М.: Радио и связь, 1983.–320 с.
21. **Степанов О.А., Исаев А.М.** Методика сравнительного анализа рекуррентных алгоритмов нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации на основе предсказательного моделирования// *Гироскопия и навигация*. Том 31. №3(122), 2023.

M.S.Ivanov, (CSRI Electropribor, Saint-Petersburg). **Adaptive localization of maneuvering marine object**

*Abstract.* Adaptive maneuvering marine object localization algorithms and modeling results are given.

В.Г. КАРАУЛОВ

(Университет ИТМО, АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", Санкт-Петербург)

А.М. ГРУЗЛИКОВ

(АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", Санкт-Петербург)

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ В ДАЛЬНОМ И БЛИЖНЕМ ПОЛЕ

*Работа посвящена решению задачи относительной навигации в интересах приведения автономного необитаемого подводного аппарата к посадочной платформе. Задача навигации состоит из двух этапов: первый – переход аппарата в окрестность платформы (дальнее поле); второй – маневрирование рядом с платформой с последующей посадкой аппарата (ближнее поле). Каждый этап выполняется с использованием специализированных гидроакустических средств. В работе приводится алгоритм решения задачи и описание имитатора для отработки алгоритма приведения в различных условиях, в том числе при аппаратных отказах.*

**Введение.** Автономные необитаемые подводные аппараты (АНПА) получили в последнее время достаточно широкое применение, в том числе в коммерческих и военных сферах. В настоящей работе рассматривается одна из задач, возникающих в процессе их функционирования: задача возвращения АНПА в пункт базирования, в данном случае приведение аппарата на стационарную посадочную платформу (СПП). Сама по себе указанная задача новой не является, однако в литературе её основные этапы (решение задачи навигации в дальнем поле - с использованием маяков - ответчиков [1-3] и решение задачи навигации в ближнем поле - при непосредственной посадке аппарата [4-10]) обсуждаются, в основном, по отдельности.

Однако, при разработке аппаратно-программных средств приведения аппарата, рассматриваемую задачу необходимо решать в комплексе, учитывая, в том числе, переход от дальнего поля к ближнему. Во внимание требуется принимать также и различные отказы, которые могут возникнуть как на АНПА, так и на СПП. Важным элементом отладки алгоритмов приведения является проведение имитационного моделирования [11], позволяющего в том числе смоделировать и отработать различные отказы до натуральных испытаний изделия.

Настоящая работа посвящена разработке имитатора для отработки алгоритма решения задачи приведения АНПА на стационарную посадочную платформу в комплексе (как в дальнем, так и в ближнем поле).

В докладе приводится описание задачи относительной навигации и алгоритм ее решения, а также структура имитатора, позволяющего моделировать различные ситуаций при посадке АНПА на СПП.

**Решение задачи навигации АНПА относительно СПП в дальнем поле.** Позиционирование АНПА осуществляется путем определения полярных координат (курсового угла и наклонной дальности) на СПП по запросно-ответному механизму (см. рисунок 1). Для решения рассматриваемой задачи, в состав гидроакустической аппаратуры (ГА) АНПА входит излучатель и носовая антенная решётка для приёма сигнала от излучателя СПП. ГА АНПА с заданным периодом выполняет ненаправленное излучение (запрос), при приёме которого на СПП выполняется излучение (ответ).

В момент формирования запроса и получения ответа фиксируется локальное время излучения  $t_{изл}$  и время получения ответа  $t_{отв}$ . Будем считать, что перемещение АНПА за время излучения и получения ответа невелико, тогда  $t_{отв}$  можно представить в виде:

$$t_{отв} = t_{изл} + 2\Delta t + \Delta\tau,$$

где  $\Delta t$  – интервал времени распространения сигнала;  $\Delta\tau$  – известный промежуток времени между получением запроса СПП от АНПА и формированием ответа. Тогда дальность между АНПА и СПП определяется формулой:

$$R = c_3 \times \frac{t_{отв} - t_{изл} - \Delta\tau}{2},$$

где  $c_3$  – скорость звука в воде.

Определение курсового угла на СПП производится путем измерения разности фаз ответного сигнала между элементами приемной антенны.

Управление АНПА в дальнем поле состоит в совмещении курса АНПА с курсовым углом на СПП, а также установкой скорости движения исходя из оценки дальности АНПА до СПП.

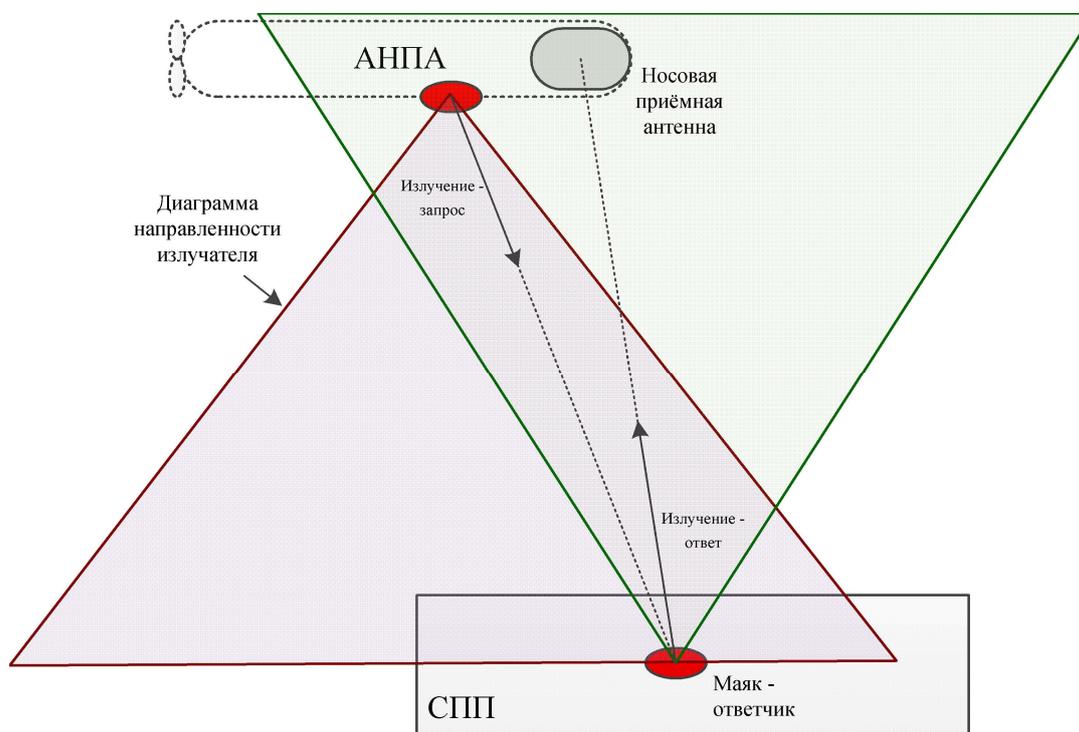


Рис. 1. Дальнее поле: запрос – ответ

**Решение задачи навигации АНПА относительно СПП в ближнем поле.** Приведение АНПА предполагает маневрирование аппарата в непосредственной близости от СПП, что приводит к необходимости оценки координат и углов ориентации АНПА относительно СПП с заданной точностью, в том числе и для обеспечения безопасности приведения.

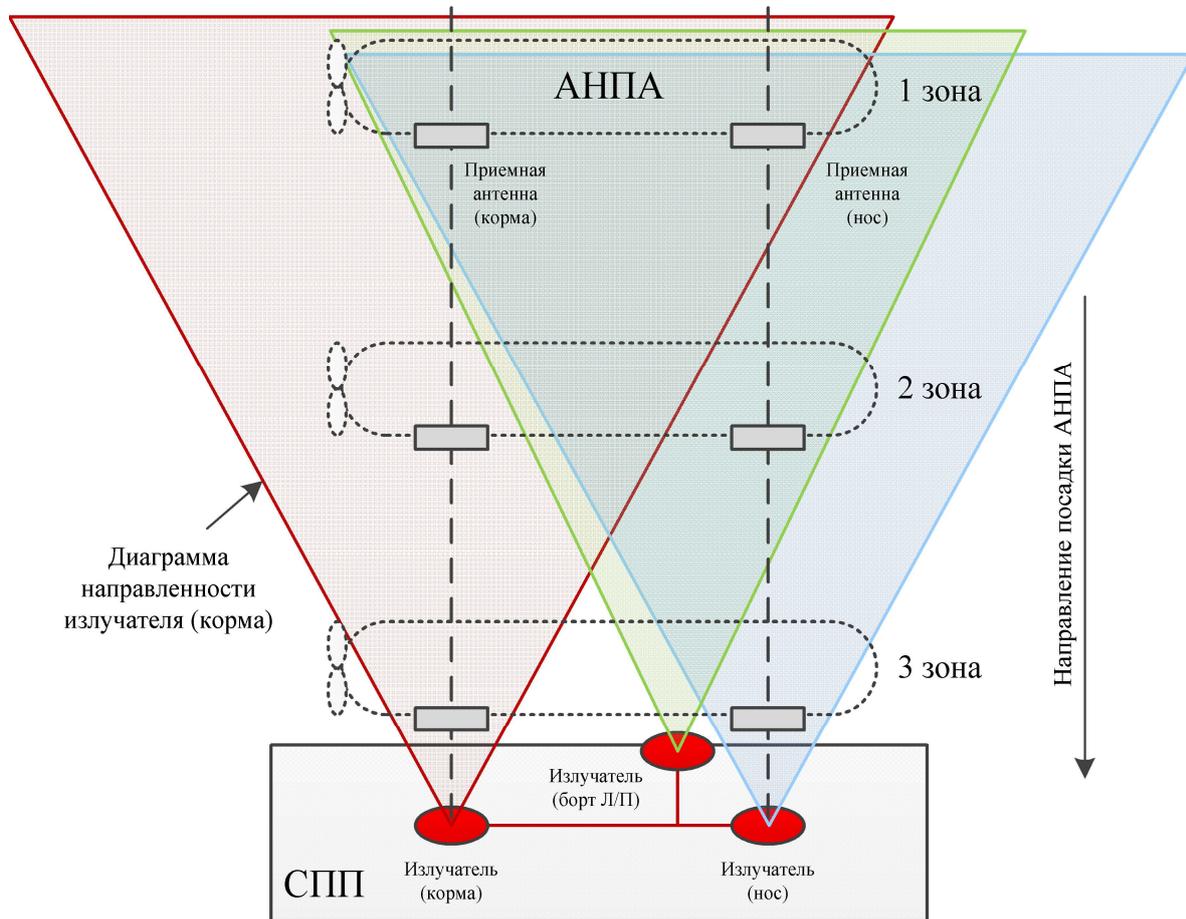
Решение задачи относительной навигации в ближнем поле выполняется с использованием высокочастотной ГА ограниченного радиуса действия. ГА включает две приёмные антенны, где каждая состоит из пяти гидрофонов, которые размещаются под килем в кормовой и носовой частях АНПА, а также четырех излучателей, устанавливаемых по краям СПП и осуществляющих ненаправленное излучение сигнала. Отметим, что излучаемые сигналы – это тональные сигналы одной частоты, разнесенные по времени излучения таким образом, чтобы по разнице между моментами обнаружения сигнала от разных излучателей можно было однозначно идентифицировать его источник.

Поскольку посадка АНПА на СПП состоит в последовательном приближении, часть излучателей становятся ненаблюдаемыми, при этом можно выделить различные зоны акустической видимости, которые обусловлены, в том числе, диаграммой направленности излучателей и положением аппарата. Выделим три основные зоны (см. рисунок 2):

- зона 1 – в зоне видимости антенн АНПА находятся четыре излучателя;
- зона 2 – в зоне видимости антенн находятся три излучателя;
- зона 3 – в зоне видимости антенн находится по одному излучателю.

Следует отметить, что поскольку время начала излучения сигналов СПП на АНПА неизвестно, определение относительных координат и углов ориентации АНПА в ближнем поле становится возможным только при переходе АНПА в зону видимости 3 из зоны 1. При этом, в зоне 1 кроме решения задачи относительной навигации выполняется оценка времени излучения, которая и используется в зоне 3 (решение с использованием псевдодальностей излучателей СПП и приёмных элементов АНПА).

При решении задачи в ближнем поле используется разработанный авторами двухэтапный алгоритм [7-10]: на первом этапе используется метод машинного обучения для уменьшения области неопределенности знания априорных координат и углов ориентации АНПА относительно СПП, на втором этапе применяется метод фактор-граф оптимизации [9] для оценивания вектора состояния (относительных координат и углов ориентации).



Ближнее поле: три зоны видимости  
Рис. 2. Навигация АНПА в дальнем и ближнем поле

**Имитатор для отработки алгоритма.** Одной из особенностей функционирования комплекса относительной навигации в интересах приведения АНПА к СПП является невозможность одновременной работы ГА в дальнем и ближнем поле в силу аппаратных ограничений (недостаточность вычислительных ресурсов для обработки в реальном времени значительного потока информации).

Переключение из дальнего в ближнее поле выполняется на основе оценки наклонной дальности до СПП, при этом необходимо определить вхождение АНПА в зону излучателей СПП и возможность оценки относительных координат и углов ориентации аппарата. Также возможно, что после переключения ГА на работу в ближнем поле, аппарат выйдет из зоны приёма и потребуются переключение аппаратуры на работу в дальнем поле и выполнение соответствующего маневрирования АНПА.

Для отработки различных сценариев до проведения этапа натурных испытаний был разработан программный имитатор (см. рисунок 3), в функции которого входит моделирование выхода ГА в дальнем и ближнем поле, в том числе и имитацию аппаратно-программных комплексов входящих в состав АНПА (например: сенсора скорости звука, инерциальной навигационной системы).

Сценарий содержит информацию об эталонной траектории движения аппарата, информацию по состоянию функционирования элементов ГА на АНПА и СПП для отработки нештатных ситуаций, например, отказ одного из излучателей входящего в состав аппаратуры ближнего поля на СПП.

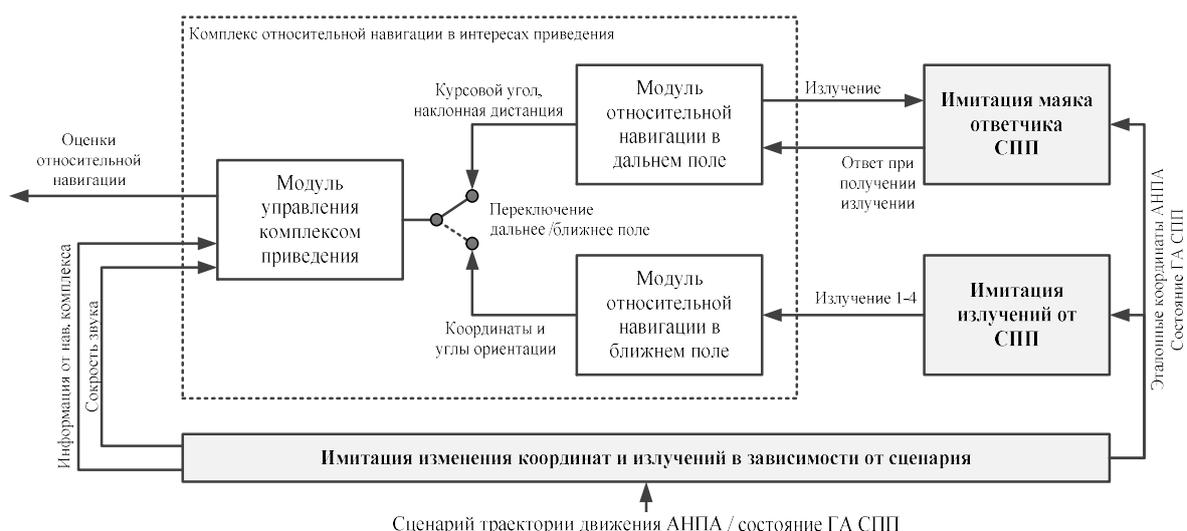


Рис. 3. Структурная схема комплекса приведения и имитатора сигналов в дальнем и ближнем поле

**Заключение.** В работе рассматривается решение задачи относительной навигации в интересах приведения АНПА к СПП. Задача навигации решается при работе ГА в дальнем и ближнем поле.

Описан алгоритм решения задачи в дальнем и ближнем поле.

С помощью разработанного имитатора, было проведено имитационное моделирование различных сценариев посадки АНПА на СПП. В функции имитатора входит моделирование сигналов от СПП на выходе приёмных элементов АНПА. Сценарий позволяет отработать переход от обработки сигналов в дальнем поле к обработке в ближнем поле. Кроме того, моделирование различных нештатных ситуаций позволяет оценить возможность решения задачи относительной навигации с обеспечением успешной посадки АНПА на СПП.

Работа проводилась при поддержке гранта РФФ № 23-19-00626, <https://rscf.ru/project/23-19-00626/>

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Инзарцев А.В., Матвиенко Ю.В., Рылов Н.И. и др. Применение автономного необитаемого подводного аппарата для научных исследований в Арктике // Подводные исследования и робототехника. – 2007. – №2. – С. 5-14.
2. Кебкал К.Г., Машошин А.И. Гидроакустические методы позиционирования автономных необитаемых подводных аппаратов // Гироскопия и навигация. – 2016. – Т. 24. №3 (94). – С. 115 – 130.
3. Скородумов Ю.М. Результаты экспериментальных исследований гидроакустических средств связи и навигации / Скородумов Ю.М., Торопов А.Б., Грузликов А.М., Лукоянов Е.В., Лукоянов Е.В., Литуненко Е.Г. // В сборнике: Перспективные системы и задачи управления. Материалы XIX Всероссийской научно-практической конференции и XV молодежной школы-семинара. Таганрог. – 2024. – С. 330 – 341.
4. Кошаев Д.А. Относительное позиционирование и определение ориентации автономного необитаемого подводного аппарата по данным от гидроакустических маяков // Гироскопия и навигация. – 2022. – Т. 30. – №4 (119). – С. 122–141.
5. Liu S., Xu H., Lin Y., Gao L. Visual Navigation for Recovering an AUV by Another AUV in Shallow Water // Sensors. – 2019. – 19(8), 1889.
6. Peng S, Liu J, Wu J, Li C, Liu B, Cai W, Yu H. A Low-cost Electromagnetic Docking Guidance System for Micro Autonomous Underwater Vehicles // Sensors. – 2019. – 19(3), 682.
7. Грузликов А.М. Навигация АНПА в ближнем поле в интересах решения задачи приведения к причальному устройству // Сборник материалов XXIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. – 2022. – С. 138 – 140.
8. Грузликов А.М., Караулов В.Г., Мухин Д.А., Шалаев Н.А. Результаты апробации алгоритма позиционирования и определения ориентации подводного аппарата по данным от гидроакустических маяков // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2023. – № 1. – С. 265 – 275.
9. Караулов В.Г., Степанов О.А., Грузликов А.М., Литвиненко Ю.А. Решение задачи позиционирования АНПА относительно стационарной посадочной платформы с применением оптимизации на фактор-графе // Сборник материалов XXXI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. – 2024. – С. 371 – 374.

10. *Караулов В.Г., Грузликов А.М.* Использование неравенства Рао-Крамера при решении задачи относительной навигации подводного аппарата // Сборник материалов XIV Всероссийского совещания по проблемам управления. – 2024. – С. 1746 – 1752.
11. *Степанов О.А., Исаев А.М.* Методика сравнительного анализа рекуррентных алгоритмов нелинейных фильтрации в задачах обработки навигационной информации на основе предсказательного моделирования. // Гидроскопия и навигация. 2023. Т. 31. № 3 (122). С. 48 - 65.

V.G. Karaulov (ITMO University, Concern CSRI Elektropribor, Saint Petersburg, Russia), A.M. Gruzlikov (Concern CSRI Elektropribor, Saint Petersburg, Russia). **Solving the Problem of Relative Navigation in the Far and Near Field**

*Abstract.* The paper is devoted to solving the problem of relative navigation in the interests of bringing an autonomous underwater vehicle to a landing platform. The navigation task consists of two stages: the first is the vehicle's transition to the platform's vicinity (far field); the second is maneuvering near the platform with subsequent landing of the vehicle (near field). Each stage is performed using specialized hydroacoustic means. The paper provides an algorithm for solving the problem and a description of the simulator for practicing the described algorithm under various conditions, including hardware failures.

О. А. СТЕПАНОВ, А. М. ИСАЕВ  
(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО, С.-Петербург)

## НЕРЕКУРРЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ С МНОГОКРАТНОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОДНОМАЯКОВОЙ НАВИГАЦИИ АВТОНОМНОГО НЕОБИТАЕМОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА

*Для решения задачи однамаяковой навигации автономного необитаемого подводного аппарата построен нерекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линейаризованный фильтр с многократной линейаризацией. Проведено его сопоставление с точки зрения точности, состоятельности и вычислительной сложности с рекуррентным итерационным обобщённым фильтром Калмана и с фильтром частиц, направленным на вычисление оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки. Обсуждены возможности сокращения объема вычислений путем использования методов, применяемых в алгоритмах фактор-граф оптимизации.*

**Введение.** При решении задачи навигации АНПА широкое применение получил метод однамаяковой навигации [1]. Как отмечается в работе [2], основным его достоинством является минимум необходимой гидроакустической аппаратуры и плавсредств, т.к. для его реализации используется только один излучатель на маяке и один приемник на АНПА.

Наибольшее распространение при решении задачи однамаяковой навигации получили алгоритмы, построенные в рамках байесовского стохастического подхода [3,4]. Основные сложности возникают при наличии большой погрешности априорного знания координат АНПА. Вид апостериорной плотности в начальные моменты времени в таком случае будет многоэкстремальным, а одноэкстремальным он станет лишь по мере накопления измерений [5]. Понятно, что традиционные рекуррентные алгоритмы калмановского типа при решении задачи однамаяковой навигации АНПА в случае большой априорной неопределенности по координатам окажутся неработоспособными. В принципе, решить такую задачу можно, например, с помощью алгоритмов, основанных на последовательных методах Монте-Карло и способных вырабатывать оптимальную в среднеквадратическом смысле оценку, однако такие алгоритмы зачастую оказываются сложными в плане вычислительной загрузки.

В настоящей работе для решения задачи однамаяковой навигации группы АНПА предлагается нерекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линейаризованный фильтр с многократной линейаризацией (РИС-ПЛФ с МЛ), основанный на применении банка рекуррентных итерационных сглаживающих пачечных линейаризованных фильтров [6]. Этот алгоритм, основанный на комбинированном применении рекуррентных и нерекуррентных схем, экономичен в плане вычислительной загрузки, способен выявлять момент времени, когда вид апостериорной плотности становится одноэкстремальным, а также, начиная с этого момента, обеспечивать получение потенциальной точности, достигаемой с помощью, оптимального в среднеквадратическом смысле алгоритма.

Следует отметить, что идея использования банка алгоритмов калмановского типа, порожденного многократной линейаризацией при решении задач оценивания, не нова. Их построение опирается на применение полигауссовской аппроксимации апостериорной плотности [4, 7, 8]. В задаче навигации АНПА алгоритм такого типа предложен в работах [2, 9]. Отличительная особенность рассматриваемого в настоящей работе алгоритма заключается том, что он основан на использовании банка нерекуррентных фильтров.

**Постановка задачи.** В работе рассматривается задача однамаяковой навигации, когда в роли маяка выступает АНПА-лидер (серый цвет на рис. 1). Считается, что лидер имеет на своем борту навигационное оборудование, позволяющее безошибочно определять его координаты в дискретные моменты времени. Требуется определить координаты ведомого АНПА (желтый цвет на рис. 1). Счисление пути ведомого АНПА осуществляется по показаниям компаса (измерителя курса) и двухкомпонентного гидроакустического лага (измерителя скорости в продольном и поперечном

направлении). В дискретные моменты времени ведомый АНПА проводит измерения дальностей до АНПА-лидера. Для простоты считается, что вся измерительная аппаратура АНПА-лидера и АНПА-ведомого синхронизирована в соответствии с единой шкалой времени, а глубины всех АНПА за время решения задачи считаются известными и не меняются.

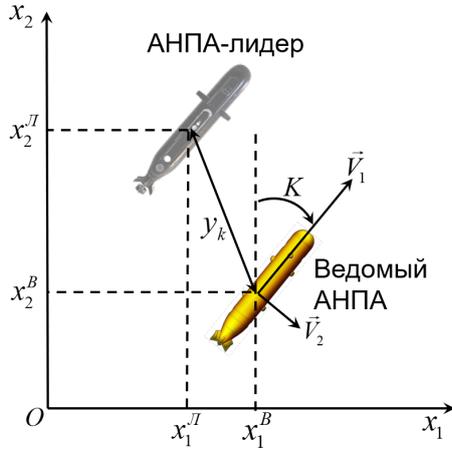


Рис. 1. Взаимное расположение АНПА

Движение ведомого АНПА можно описать:

$$\begin{aligned} x_{1,k}^B &= x_{1,k-1}^B + V_{1,k-1} \sin(K_{k-1}) \Delta t + V_{2,k-1} \cos(K_{k-1}) \Delta t, \\ x_{2,k}^B &= x_{2,k-1}^B + V_{1,k-1} \cos(K_{k-1}) \Delta t - V_{2,k-1} \sin(K_{k-1}) \Delta t. \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x_{1,k}^B, x_{2,k}^B$  - его истинные координаты,  $V_{1,k}, V_{2,k}$  - продольная и поперечная составляющие скорости, а  $K_k$  - курс.

Представив величины  $V_1, V_2$  и  $K$  как  $V_{1,k} = \tilde{V}_{1,k} - \Delta V_{1,k}$ ,  $V_{2,k} = \tilde{V}_{2,k} - \Delta V_{2,k}$ ,  $K_k = \tilde{K}_k - \Delta K_k$ , где  $\tilde{V}_{1,k}, \tilde{V}_{2,k}, \tilde{K}_k$  - измеренные значения,  $\Delta V_{1,k}, \Delta V_{2,k}, \Delta K_k$  - погрешности измерения, введя предположение, что  $\Delta V_1, \Delta V_2$  - независимые между собой дискретные центрированные гауссовские белые шумы с дисперсиями  $(\sigma^{V_1})^2 = (\sigma^{V_2})^2 = (\sigma^V)^2$ , а  $\Delta K_k$  описывается экспоненциально-коррелированным марковским процессом, и сделав допущения, что  $\sin(\Delta K_k) \cong \Delta K_k$ , а  $\cos(\Delta K_k) \cong 1$ , исходную модель (1) можно свести к виду

$$x_k = \Phi_k x_{k-1} + \Gamma_k w_k + u_k, \quad (2)$$

где  $x_k = [x_{1,k}^B \ x_{2,k}^B \ \Delta K_k]^T$ ,  $w_k = [w_{1,k} \ w_{2,k} \ w_{3,k}]^T$ ,  $w_1, w_2, w_3$  - независимые между собой дискретные центрированные гауссовские белые шумы с единичной дисперсией,

$$\Phi_k = \begin{vmatrix} 1 & 0 & (\tilde{V}_{2,k-1} \sin(\tilde{K}_{k-1}) - \tilde{V}_{1,k-1} \cos(\tilde{K}_{k-1})) \Delta t \\ 0 & 1 & (\tilde{V}_{1,k-1} \sin(\tilde{K}_{k-1}) + \tilde{V}_{2,k-1} \cos(\tilde{K}_{k-1})) \Delta t \\ 0 & 0 & \exp(-\alpha^{\Delta K} \Delta t) \end{vmatrix}, \quad u_k = \begin{vmatrix} \tilde{V}_{1,k-1} \sin(\tilde{K}_{k-1}) \Delta t + \tilde{V}_{2,k-1} \cos(\tilde{K}_{k-1}) \Delta t \\ \tilde{V}_{1,k-1} \cos(\tilde{K}_{k-1}) \Delta t - \tilde{V}_{2,k-1} \sin(\tilde{K}_{k-1}) \Delta t \\ 0 \end{vmatrix},$$

$$\Gamma_k = \begin{vmatrix} \sigma^V \Delta t & \sigma^V \Delta t & \sigma^{\Delta K} \sqrt{1 - \exp(-2\alpha^{\Delta K} \Delta t)} \end{vmatrix}^T.$$

Измерения дальности до лидера можно представить в виде:

$$y_k = h(x_k) + v_k = \sqrt{(x_{1,k}^B - x_1^Л)^2 + (x_{2,k}^B - x_2^Л)^2 + (x_{3,k}^B - x_3^Л)^2} + v_k, \quad (3)$$

где  $x_1^Л, x_2^Л, x_3^Л$  - известные координаты лидера, а  $v_k$  - погрешности измерений.

**Рекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линейризованный фильтр с многократной линейризацией.** Основная суть РИС-ПЛФ с МЛ заключается в одновременном использовании набора параллельно работающих РИС-ПЛФ, точки линейризации в которых выбираются исходя из тех или иных соображений. Целесообразно, например, расположение этих точек выбирать таким образом, чтобы их окрестности в совокупности покрывали зону априорной неопределённости.

Построение РИС-ПЛФ с МЛ можно разбить на следующие шаги:

1. Формирование выборки  $x_0^{(s)}, s = \overline{1..S}$  из заранее выбранной области, в которой  $p(x_0)$  отлично от нуля.

2. Параллельный запуск  $S$  алгоритмов РИС-ПЛФ<sup>(s)</sup>, в каждом из которых точки линеаризации на  $j=1$  итерации фиксированы и вычисляются согласно

$$x_i^{(s)} = f_i(x_{i-1}^{(s)}), x_i^{lin_1(j)} = x_{i-1}^{(s)}, x_i^{lin_2(j)} = x_i^{(s)}. \quad (4)$$

Оценки, полученные на выходе РИС-ПЛФ с МЛ на каждом шаге используются для выявления момента  $T^{eff}$ , когда вид апостериорной ф.п.р.в станет одноэкстремальным. Для этого на верность проверяется следующее неравенство

$$\hat{x}_{\gamma,k}^{(s)max} - \hat{x}_{\gamma,k}^{(s)min} < D_\gamma \text{ для } \gamma = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

где  $\hat{x}_{\gamma,k}^{(s)max}$  - максимальная,  $\hat{x}_{\gamma,k}^{(s)min}$  - минимальная из  $\gamma$ -х компонент оценок, полученных на выходах РИС-ПЛФ<sup>(s)</sup>, а  $D_1, D_2, \dots, D_n$  - компоненты заранее определённого вектора  $D$ . Будем считать плотность одноэкстремальной, если для каждого  $\gamma = 1, 2, \dots, n$  разность между  $\hat{x}_{\gamma,k}^{(s)max}$  и  $\hat{x}_{\gamma,k}^{(s)min}$  меньше, чем  $\gamma$ -я компонента вектора  $D$ .

В целях экономии вычислительных ресурсов, после определения момента времени  $T^{eff}$  производится переход от решения с использованием РИС-ПЛФ с МЛ к решению задачи с использованием одного рекуррентного итерационного фильтра Калмана, который в случае одноэкстремального распределения способен достигать точности оптимального оценивания и быть состоятельным.

В дальнейшем предполагается рассмотреть еще один из возможных путей снижения вычислительной сложности RI-BMLS – использование при построении каждого из частных RI-BLS, входящих в его состав, процедур, наработанных в методах оптимизации на факторных графах, в частности - в алгоритме iSAM2 [10]. Применение таких процедур к RI-BLS приводит к построению его модификации, в которой измерение, поступившее на каждом  $k$ -м шаге, обрабатывается рекуррентно с фиксированной точкой линеаризации, зависящей от  $\bar{x}_0$ . Затем задача сглаживания решается для всех моментов времени  $i = k-1, k-2, \dots, 0$ . Далее, на следующей итерации, задача фильтрации решается лишь для тех моментов времени, в которые разности между предыдущими точками линеаризации (полученными на последней итерации  $k-1$  шага) и текущими сглаженными оценками превышает некоторый заранее заданный порог. Это, при незначительной потере в точности, может позволить заметно сократить вычислительную сложность алгоритма.

**Заключение.** Для решения задачи однамаяковой навигации автономного необитаемого подводного аппарата предложен рекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линеаризованный фильтр с многократной линеаризацией. Основной особенностью предлагаемого алгоритма является использование банка параллельно работающих независимых друг от друга RI-BLS, что позволяет идентифицировать момент времени  $T^{eff}$ , когда апостериорная ф.п.р.в. принимает одноэкстремальный вид. Результаты проведенного с использованием разработанной программы моделирования показали, что RI-BMLS при решении задачи однамаяковой навигации, начиная с выявленного момента времени  $T^{eff}$ , является состоятельным и обеспечивает потенциальную точность решения задачи. При этом обобщенный фильтр Калмана и итерационный обобщенный фильтр Калмана при решении задачи однамаяковой навигации оказались неработоспособны. Как одно из возможных направлений дальнейшей работы в части сокращения вычислительной сложности RI-BMLS, предполагается использовать при его построении методы, используемые в алгоритмах фактор-граф оптимизации, в частности - в алгоритме iSAM2. Их применения возможно на первом этапе RI BMLS (до выявления момента времени  $T^{eff}$ ) при построении частных фильтров RI-BLS.

*Работа проводилась при поддержке гранта РНФ № 23-19-00626,  
<https://rscf.ru/project/23-19-00626/>*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Scherbatyuk, A.P.** The AUV positioning using ranges from one transponder LBL. Proceedings of OCEANS '95 MTS/IEEE, Oct. 9-12, 1995. San Diego, CA, USA. P. 1620–1623.

2. **Кошаев Д.А.** Многоальтернативный алгоритм однопаяковой навигации автономного необитаемого подводного аппарата без априорных данных о его местоположении. Часть 1. Математическое описание // Гирроскопия и навигация. 2020. Том 28. №2 (109). С. 109–130. DOI: 10.17285/0869-7035.0035.
3. **Jazwinski A. H.** Stochastic process and filtering theory. New York: Academic Press, 1970.
4. **Степанов О.А.** Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 1998-370 с.
5. **Isaev, A., Stepanov, O. & Litvinenko, Y.** Comparative analysis of recursive and nonrecursive linearization-based estimation algorithms. Int. J. Dynam. Control 13, 95 (2025). <https://doi.org/10.1007/s40435-025-01592-y>
6. **А. М. Исаев, О. А. Степанов** Рекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линеаризованный фильтр в задаче коррекции показаний навигационной системы по информации о геофизических полях // Материалы XXXIV конференции памяти выдающегося конструктора гирроскопических приборов Н.Н. Острякова: Сборник докладов. К 120-летию ученого, Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2024. – С. 200-207. – EDN OGLRWS.
7. **D.L. Alpack, H. W. Sorenson**, "Recursive Bayesian estimation using Gaussian sum approximations", Automatica, vol. 7, no. 4, 1971.
8. **С. П. Дмитриев, Л. И. Шимелевич**, "Обобщенный фильтр Калмана с многократной линеаризацией и его применение в задаче навигации по геофизическим полям", Автомат. и телемех., 1978, № 4, 50–55; Autom. Remote Control, 39:4 (1978), 505–509
9. **Кошаев Д. А., Богомолов В. В.** Алгоритм длиннобазовой навигации автономного необитаемого подводного аппарата при отсутствии априорных данных о его местоположении и разреженном расположении маяков // Изв. вузов. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 12. С. 1052–1064. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-12-1052-1064
10. **M. Kaess, H. Johannsson, R. Roberts, V. Ila, J.J. Leonard, and F. Dellaert** 'iSAM2: Incremental Smoothing and Mapping Using the Bayes Tree', Intl. J. of Robotics Research (IJRR), vol. 31, Feb. 2012, pp. 217-236

A.M. Isaev (Concern CSRI Elektropribor, JSC, ITMO University, Saint Petersburg, Russia). **Recursive Batch Smoother with Multiple Linearization for Single-Beacon Navigation of Autonomous Underwater Vehicle**

*Abstract.* To solve the single-beacon navigation problem of an autonomous underwater vehicle, a non-recursive iterative batch linearized smother with multiple linearization has been built. In terms of accuracy, consistency, and computational complexity, it is compared with the recursive iterative extended Kalman filter and with the particle filter aimed at calculating the optimal root-mean-square estimate.

М. В. КУРДЕНЕВА, Д. Х. МУХАМЕТЗЯНОВ

(ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания», г. Пермь)

## ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ АТМОСФЕРНЫХ ЗАДЕРЖЕК СПУТНИКОВОГО НАВИГАЦИОННОГО СИГНАЛА, ПРИМЕНИМЫХ В РЕЖИМЕ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ

*Исследованы модели атмосферных задержек спутникового сигнала, применимые в режиме автономной навигации, и проведен анализ влияния учета атмосферных задержек на точность определения координат потребителя. Рассмотрены следующие модели: упрощенная модель тропосферы, тропосферные модели GCAT и MOPS; ионосферная модель Клобучара и модель ионосферы с экспоненциально-параболической аппроксимацией высотного профиля электронной плотности.*

**Введение.** Для повышения точности вычисления навигационных параметров по данным спутниковой навигационной системы (СНС) необходимо учитывать помехи и задержки, возникающие на пути распространения сигнала по трассе «навигационный спутник – приемник». Одними из таких задержек являются задержки сигнала в атмосфере (в ионосфере и тропосфере).

Согласно [1-4] основная часть методов и моделей, предназначенных для оценивания атмосферных задержек, требует информации о состоянии ионосферы и тропосферы. Таким образом, для их применения необходимо наличие дополнительных датчиков и базовых станций либо доступ к внешним источникам информации. Однако введение в систему новых датчиков усложнит ее реализацию, а информация из внешних источников не всегда бывает актуальна. Применение же базовых станций или двухчастотной приемной аппаратуры (ПА) СНС, которая может быть использована для определения ионосферной задержки, не всегда бывает возможно.

Настоящий доклад посвящен исследованию моделей атмосферных (ионосферных и тропосферных) задержек, которые могут быть использованы в режиме автономной спутниковой навигации на основе оперативной информации для одночастотных ПА СНС.

**Модели атмосферных задержек.** Были рассмотрены следующие модели атмосферных (тропосферных и ионосферных) задержек, не требующие внешней информации:

- упрощенная модель тропосферы [5];
- тропосферная модель GCAT (GPS Code Analysis Tool) [6];
- тропосферная модель MOPS (Minimum Operational Performance Standards) [7];
- ионосферная модель Клобучара [8];
- модель ионосферы, использующая экспоненциально-параболическую функцию для аппроксимации высотного профиля электронной плотности [3]. В модели используются параметры, определяющие состояние ионосферы, в качестве которых были приняты их наиболее типичные значения, приведенные в [1, 9].

**Моделирование атмосферных задержек.** Для моделирования атмосферных задержек использовалась ПА СНС фирмы NAVIS (NVS-GNSS-TR PHBC.469635.004), которая выдает как параметры, необходимые для расчета атмосферных задержек, так и их текущие значения, которые использовались в качестве эталонных значений для оценки точности рассматриваемых моделей атмосферных задержек.

В таблице 1 представлены средние значения модуля разности атмосферных задержек, выданных ПА СНС и вычисленных с помощью указанных выше моделей атмосферных задержек, для наблюдаемых спутников GPS и ГЛОНАСС.

Согласно данным таблицы 1 наиболее точные значения тропосферных задержек были получены с помощью моделей GCAT и MOPS, в силу чего они являются предпочтительными для практического применения.

Из таблицы 1 также видно, что ионосферные задержки, рассчитанные с помощью модели с экспоненциально-параболической аппроксимацией высотного профиля электронной плотности, имеют большое смещение. Это объясняется тем, что ионосфера плохо описывается с помощью

применяемых в данной модели строго определенных значений параметров, задающих ее состояние. При решении прикладных задач предпочтительнее использовать модель Клобучара, так как рассчитанные с ее помощью значения ионосферных задержек близки к эталонным.

Т а б л и ц а 1

Средние значения модуля разности атмосферных задержек для наблюдаемых спутников GPS и ГЛОНАСС

ГНСС	Номер спутника	Тропосферные задержки, м			Ионосферные задержки, м	
		Упрощенная модель	Модель GCAT	Модель MOPS	Модель Клобучара	ЭПВПЭП*
GPS	8	0,294	0,170	0,126	0,653	6,390
	10	0,086	0,054	0,033	0,515	6,625
	15	0,042	0,057	0,008	0,240	6,022
	18	0,022	0,054	0,012	0,201	5,023
	23	0,032	0,034	0,005	0,251	4,436
ГЛОНАСС	7	0,050	0,021	0,019	0,157	4,772
	8	0,374	0,157	0,252	0,240	8,854
	14	0,222	0,060	0,110	0,144	6,673
	15	1,020	0,432	0,596	0,052	6,974
	21	0,297	0,155	0,148	0,202	10,440
	22	0,031	0,037	0,005	0,208	4,662
Среднее значение		0,225	0,112	0,119	0,260	6,443

\*ЭПВПЭП – экспоненциально-параболический высотный профиль электронной плотности

**Анализ влияния учета атмосферных задержек на точность определения местоположения потребителя.** Для анализа влияния учета атмосферных задержек на точность определения местоположения потребителя было проведено испытание, в ходе которого антенна ПА СНС 14Ц821СЖ производства АО «НИИ КП» была закреплена на крыше высотного здания в точке с точно известными координатами.

На рисунках 1 и 2 изображены графики высоты и погрешности определения местоположения на плоскости, рассчитанных без учета атмосферных задержек и с их учетом с помощью тропосферной модели GCAT и ионосферной модели Клобучара, так как выше они показали наилучшие результаты. Из рисунков видно, что при одновременном учете ионосферных и тропосферных задержек рассчитываемые значения высоты приближаются к значениям, выдаваемым ПА СНС, а качество вычисления местоположения на плоскости практически не изменяется.

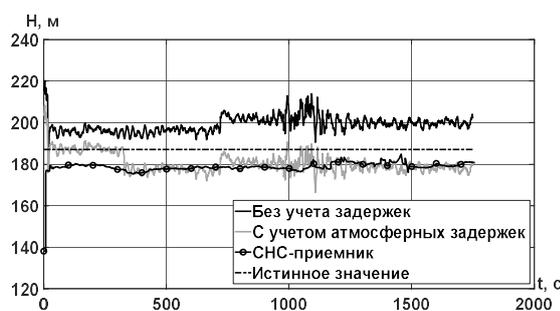


Рис. 1. Высота потребителя

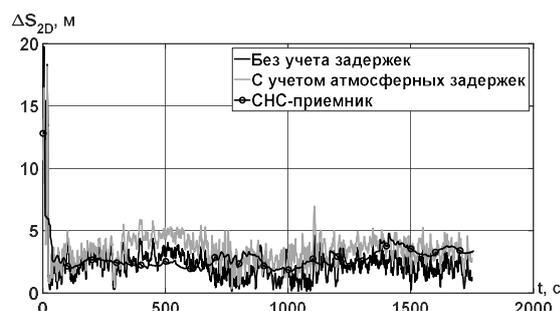


Рис. 2. Погрешность определения местоположения потребителя на плоскости

**Заключение.** Исследованы модели атмосферных задержек, которые могут быть использованы в режиме автономной спутниковой навигации: упрощенная модель тропосферы, тропосферные модели GCAT и MOPS; ионосферная модель Клобучара и модель ионосферы с экспоненциально-параболической аппроксимацией высотного профиля электронной плотности. Моделирование показало, что наиболее предпочтительными для практического применения являются тропосферные модели GCAT и MOPS и ионосферная модель Клобучара, так как они продемонстрировали хорошую точность оценивания значений атмосферных задержек.

Одновременный учет ионосферных и тропосферных задержек (с помощью модели Клобучара и модели GCAT соответственно) практически не оказал влияния на точность определения местоположения потребителя на плоскости и приблизил рассчитываемые значения высоты к

значениям, выдаваемым ПА СНС. Таким образом, модель Клобучара и модель GCAT могут успешно использоваться при решении задачи автономной спутниковой навигации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Антонович К.М.** Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. Том 1. – М.: ФГУП «Картгеоцентр», 2005. – 334 с.
2. **Першин Д.Ю.** Сравнительный анализ моделей тропосферной задержки в задаче определения местоположения высокой точности в спутниковых навигационных системах ГЛОНАСС/GPS // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. Том 7, выпуск 1, 2009. – с. 84-91.
3. **Лонг Ф.Х.** Разработка методики учета влияния ионосферы при GPS-измерениях на территории Вьетнама: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Москва, 2014. – 141 с.
4. **Емельянец Г.И., Степанов А.П.** Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. – СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. – 394 с.
5. **Дымнов Д.В.** Разработка аппаратных методов учета влияния тропосферы при спутниковых измерениях: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Москва, 2009. – 23 с.
6. **Hernandez-Pajares M., Juan Zornoza J.M., Sanz Subirana J.** GPS Data Processing: Code and Phase Algorithms, Techniques and Recipes. Barcelona: CPET, 2005. – 339 p.
7. Спутниковые навигационные системы. – М.: МАИ, 2004. – 337 с.
8. Interface specification. Navstar GPS space segment. Navigation user interfaces. Draft IS-GPS-200. Space and missile systems center, Navstar GPS joint program office. El Segundo, CA, USA, 2006. – 221 p.
9. **Грудинская Г.П.** Распространение радиоволн. М.: изд-во «Высшая школа», 1995. – 280 с.

M.V. Kurdeneva, D.Kh. Mukhametzyanov (PJSC “Perm Scientific-Industrial Instrument Making Company”, Perm) **Using of Various Models of Atmospheric Delays of Satellite Navigation Signal When Solving Problem of Autonomous Navigation**

Abstract. The models of atmospheric delays of satellite signal applicable in the autonomous navigation mode were considered: simplified model of troposphere, GCAT and MOPS tropospheric models, Klobuchar ionospheric model and ionospheric model with an exponential-parabolic approximation of the electron density altitude profile. Analysis of the impact of taking into account atmospheric delays on the accuracy of calculation the consumer’s coordinates are made.

К.А. КУЗНЕЦОВА<sup>1</sup>

(Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова (МГУ), Москва)

## ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ПРИ ПОМОЩИ ФАЗОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИЁМНИКА СИГНАЛОВ ГЛОБАЛЬНЫХ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ В СТАНДАРТНОМ РЕЖИМЕ

*Информация от глобальных спутниковых навигационных систем (ГНСС) является важной составляющей в задаче аэрогравиметрии. В коммерческом программном обеспечении ГНСС главное внимание уделяется задаче определения координат, а задача определения скорости практически не решается. Поэтому рассматривается задача определения скорости фазового центра антенны спутникового приёмника при помощи первичных спутниковых фазовых измерений, важная для аэрогравиметрических приложений.*

**Введение.** Основная задача обработки первичных измерений ГНСС - определение местоположения объекта. Для ее решения используются так называемые кодовые и/или фазовые спутниковые измерения, полученные в стандартном или дифференциальном режиме функционирования ГНСС. Описанию этой задачи, математическим моделям и алгоритмам ее решения посвящено огромное число статей, материалов многочисленных конференций, фундаментальных монографий [1]. При этом в публикациях по спутниковой навигации - задаче определения скорости - уделяется мало внимания или совсем не уделяется. Свидетельством тому служит и тот факт, что только в интерфейсном контрольном документе по системе GPS [2] от 2021г. появилась модель [3] расчета по эфемеридным данным вектора скорости движения навигационного спутника. Точно также только в последних монографиях по системе GPS появился такой раздел.

Вместе с тем, задача определения скорости является востребованной при комплексной обработке данных аэрогравиметров, где значительное внимание уделяется алгоритмам обработки первичных спутниковых измерений, прежде всего фазовых, как инструментально наиболее точных.

В докладе описываются математические модели и алгоритмы, приводящие к решению задачи определения скорости, рассматриваются особенности полученных моделей.

**Постановка задачи.** Для пояснения рассматриваемой задачи приведем основное уравнение аэрогравиметрии [4]:

$$\ddot{h} = \dot{V}_{UP} = 2uV_E \cos\varphi + \frac{V_E^2}{h+R_E} + \frac{V_N^2}{h+R_N} + f_{UP} - g^n + \delta g(\lambda, \varphi, h), \quad (1)$$

где:  $\varphi, h$  – географические широта и высота,  $R_E, R_N$  – радиусы кривизны;  $V_E, V_N, V_{UP}$  – восточная, северная, вертикальная скорости;  $f_{UP}$  – вертикальная компонента внешней удельной силы;  $g^n$  – нормальная составляющая удельной силы тяжести;  $\delta g(\lambda, \varphi, h)$  – искомая аномалия.

Основной информацией для оценивания аномалии  $\delta g_3$  служат показания гравиметра, измеряющего величину  $f_3$ , и позиционные  $\lambda, \varphi, h$ , скоростные  $V_E, V_N, V_{UP}$  решения ГНСС.

Перечислим возможные подходы к решению задачи, имеющие условные наименования - позиционный, скоростной, акселерометрический варианты.

- Позиционный вариант. Сравняется решение ГНСС  $h(t)$  с двойным интегрированием уравнения (1). На основе этого сравнения оценивается реализация  $\delta g(\lambda, \varphi, h)$ .
- Скоростной вариант. Сравняется скоростное решение ГНСС  $V_{UP}(t)$  с результатом однократного интегрирования уравнения (1).
- Акселерометрический вариант. Сравняется "акселерометрическое" решение ГНСС  $f_{UP}(t)$  с правой частью основного уравнения аэрогравиметрии (1).

Традиционный подход к получению скоростных и акселерометрических решений состоит в прямом дифференцировании позиционного решения ГНСС. Альтернативный подход – получение этих решений на основе обработки первичных фазовых измерений.

<sup>1</sup> Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук, зав. лаб. Голован А.А.

Приведем математические модели и алгоритмы решения задачи определения скорости объекта при помощи первичных фазовых измерений ГНСС.

**Уравнение модели фазовых измерений** [5, 6]:

$$Z_\varphi = \frac{\rho}{\lambda} + f(\Delta\tau + \Delta T) + N + \Delta\varphi_{atm} + \Delta\varphi^s, \quad (2)$$

где:  $\rho$  – расстояние между спутником и приёмником ГНСС;  $\lambda, f$  – длина волны и частота радиосигнала;  $\Delta T$  – погрешность часов спутника;  $\Delta\tau$  – погрешность часов приёмника;  $N$  – целочисленная неопределённость измерения;  $\Delta\varphi_{atm} = \Delta\varphi_{trop} + \Delta\varphi_{ion}$  – атмосферные погрешности;  $\Delta\varphi^s$  – случайная составляющая (шум).

**Уравнение модели первой разности фазовых измерений.**

$$\nabla Z_\varphi^{(i)}(t_j) = Z_\varphi^{(i)}(t_j) - Z_\varphi^{(z)}(t_j), \quad (3)$$

где  $i = 0, 1, \dots, m$  ( $m$  – число видимых спутников),  $z$  – номер зенитного спутника.

**Постановка задачи определения скорости.** Рассмотрим интервал времени  $t_{j+1}, t_{j+2}, \dots, t_{j+N}$ . Далее для примера будут рассмотрены случаи, когда  $N=3$  и  $N=5$ . В каждый момент времени  $t_{j+k}$  сформированы первые разности  $\nabla Z_\varphi^{(i)}(t_{j+k})$  по (3). Полагается, что на этом интервале не меняется созвездие и номер зенитного спутника и нет скачков фазы. Требуется на основе измерений  $\nabla Z_\varphi^{(i)}(t_{j+k})$  оценить вектор скорости  $V^{rcv}(t_{j+\frac{N-1}{2}})$  антенны приемника. Этапы решения:

- Оценка производной  $\nabla \dot{Z}_\varphi^{(i)}(t_{j+\frac{N-1}{2}})$  на основе численного дифференцирования  $\nabla Z_\varphi^{(i)}(t_{j+k})$ , где  $i = 0, 1, \dots, m, k=1, 2, \dots, N$ .

- Формирование компонент вектора  $\nabla Z^{(i)}(t_{j+\frac{N-1}{2}}) = \nabla \dot{Z}_\varphi^{(i)}(t_{j+\frac{N-1}{2}}) - \nabla V_\rho^{(i)}(t_{j+\frac{N-1}{2}})$ , где  $\nabla V_\rho^{(i)}(t_{j+\frac{N-1}{2}}) = V_\rho^{(i)}(t_{j+\frac{N-1}{2}}) - V_\rho^{(z)}(t_{j+\frac{N-1}{2}})$ ,  $V_\rho^{(i)}(t_{j+\frac{N-1}{2}}) = \frac{(\eta^{sat_i} - \eta^{rcv})^T V_\eta^{sat_i}}{\rho_i}$ ,

где  $V_\rho^{(i)}(t_{j+\frac{N-1}{2}})$  отражает вклад движения спутника в радиальную скорость  $\dot{\rho}$  [5].

- Можно показать [4], что в итоге ставится следующая задача оценивания вектора относительной скорости фазового приёмника:

$$\nabla Z(t_{j+\frac{N-1}{2}}) = H(t_{j+\frac{N-1}{2}}) V^{rcv}(t_{j+\frac{N-1}{2}}) + \nabla r, \quad (4)$$

где  $\nabla Z(t_{j+\frac{N-1}{2}}) = (\nabla Z^{(0)}, \nabla Z^{(1)}, \dots, \nabla Z^{(m-1)})^T$ ;

$$H = \begin{pmatrix} h^{(0)*} \\ \dots \\ h^{(m-1)*} \end{pmatrix} \quad h^{(i)} = \left( -\frac{(\eta^{sat_i} - \eta^{rcv})}{\rho_i}, -\frac{(\eta^{sat_i} - \eta^{rcv})}{\rho_i}, -\frac{(\eta^{sat_i} - \eta^{rcv})}{\rho_i} \right), \quad h^{(i)*} = h^{(i)} - h^{(z)};$$

$\nabla r$  – соответствующая комбинация шумовых составляющих  $\Delta\varphi^s$  из (2).

**Варианты постановки задачи определения скорости.**

a) Случай равномерной сетки времени:  $\Delta t = t_{j+k+1} - t_{j+k} = const$ , где  $k=0, 1, \dots, N$ .

b) Случай неравномерной временной сетки:  $t_{j+k} \rightarrow t_{j+k} - \Delta\tau_{j+k}$  (учёт оцененной погрешности часов приёмника).

c) Случай равноточных измерений:  $M[\nabla r \nabla r^T] = \sigma^2 I$ .

d) Случай неравноточных измерений:  $M[\nabla r \nabla r^T]$  зависит определённым образом от углов возвышения спутников.

Рассматриваются различные сочетания этих четырёх случаев.

**Результаты обработки экспериментальных данных.** Использовались данные системы GPS от статического приёмника, где эталонное значение скорости  $V_\eta = 0$ .

Таблица 1

Результаты обработки экспериментальных данных (N=3)				
	a)+c)	a)+d)	b)+c)	b)+d)
Среднее значение скорости для вертикальной компоненты (самой чувствительной)	$-1,6 \cdot 10^{-4}$	$-1,4 \cdot 10^{-4}$	$3,4 \cdot 10^{-4}$	$3,4 \cdot 10^{-4}$
СКО	0,0011	0,00098	0,0018	0,002

Таблица 2

Результаты обработки экспериментальных данных (N=5)			
	a)+c)	a)+d)	b)+c)
Среднее значение скорости для вертикальной компоненты (самой чувствительной)	$-1,6 \cdot 10^{-4}$	$-1,4 \cdot 10^{-4}$	$3,4 \cdot 10^{-4}$
СКО	0,0005	0,00045	0,0008

По приведенным в таблице 1 результатам видно, что использование неравноточных измерений на неравномерной временной сетке не вносит значимых изменений в результаты. Это соответствует моделям погрешностей фазовых измерений, где нет зависимостей погрешностей от угла возвышения спутника.

Также из таблиц 1 и 2 следует, что расширение окна дифференцирования с  $N = 3$  до  $N = 5$  снижает интенсивность шумовой составляющей решения примерно в 1,5 раза.

**Заключение.** Рассмотрены различные варианты реализации задачи определения скорости. Показано, что на первом этапе алгоритма следует использовать неравномерную шкалу времени спутникового приемника, учитывающую оценки его погрешности часов, полученные на этапе решения кодовой задачи. Экспериментально доказано, что фазовые скоростные решения слабо зависят от учета угла возвышения спутника в модели погрешности фазового измерения, что позволяет использовать на втором этапе метод наименьших квадратов для случая равноточных измерений. Далее планируется рассмотреть аналогичный подход к фазовым скоростным решениям в дифференциальном режиме.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Leick, Alfred; Rapoport, Lev; and Tatarnikov, Dmitry**, "GPS Satellite Surveying" (2015). *Faculty and Staff Monograph Publications*. 236.
2. NAVSTAR GPS Space Segment/Navigation User Segment Interfaces (IS-GPS-200). 2022
3. Thompson BF, Lewis SW, Brown SA, Scott TM. Computing GPS satellite velocity and acceleration from the broadcast navigation message. NAVIGATION. 2019; 66:769-779. <https://doi.org/10.1002/navi.342>
4. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / под ред. В.Г. Пешехонова, О.А. Степанова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 390 с.
5. **Вавилова Н. Б., Голован А. А., Парусников Н. А., Трубников С. А.** «Математические модели и алгоритмы обработки измерений спутниковой навигационной системы GPS. Стандартный режим». Издательство МГУ Москва, 2009.
6. **Голован А. А., Вавилова Н. Б.** Спутниковая навигация. Задачи обработки первичных измерений спутниковой навигационной системы для геофизических приложений. Journal of Mathematical Sciences, 2007.

К.А. Kuznetsova (Moscow State University of M.V. Lomonosov (MSU), Moscow). **The problem of vehicle's velocity estimation using carrier phase measurements of a global satellite navigation system in the standard mode.**

*Abstract.* GNSS solutions are an important component of the aerogravimetry. In commercial GNSS software the main attention is paid to the problem of determining coordinates, and the problem of determining velocity is practically not paid. Therefore, the problem of determining the phase center of the satellite receiver using primary satellite measurements (phase) is considered, which is important for the aerogravimetric application.

С.А. ОСТАНИНА, Т.А. УЛЬЯНОВСКАЯ  
(ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания», Пермь)

## ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ОРИЕНТАЦИИ МАЛОРАЗМЕРНЫХ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ КОМПЛЕМЕНТАРНОГО ФИЛЬТРА, ФИЛЬТРА МАДЖВИКА И ФИЛЬТРА КАЛМАНА

*Исследуются особенности решения задачи ориентации для малоразмерных беспилотных летательных аппаратов с помощью классического комплементарного фильтра, фильтра Маджвика и инвариантного фильтра Калмана. Приведены результаты натурного моделирования работы фильтров по данным телеметрии, полученным во время полёта вертолёта Ка-32. Результаты решения задачи ориентации, полученные с помощью фильтров, сравниваются с показаниями штатной для вертолёта Ка-32 навигационной системы СБКВ-ПМ.*

**Введение.** В настоящее время наблюдается значительный рост в области разработки и внедрения беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), среди которых наибольшее внимание уделяется малоразмерным (МБПЛА).

Поскольку малый вес и компактность МБПЛА накладывают значительные ограничения на вычислительные ресурсы [1], то классический алгоритм ориентации не всегда может быть реализован в связи с достаточно большими вычислительными затратами. Поэтому для МБПЛА с ограниченными вычислительными ресурсами востребованы надежные и простые алгоритмы решения задачи ориентации. Наиболее популярными, по данным технической литературы [1 – 4], являются: класс простых комплементарных фильтров, фильтр Маджвика и фильтр Калмана.

Настоящая работа направлена на исследование эффективности применения этих фильтров. Задача решается методом натурного моделирования работы фильтров с использованием данных телеметрии, полученных во время полёта вертолёта Ка-32. Результаты решения задачи ориентации сравниваются с показаниями штатной для вертолёта Ка-32 навигационной системы СБКВ-ПМ.

**Комплементарный фильтр.** Комплементарный фильтр представляет собой алгоритм комплексной обработки информации от различных измерителей, в котором составляющая ошибки оценивания, обусловленная искажением полезного сигнала, равна нулю. Иными словами, обеспечивается принцип инвариантности относительно полезного сигнала. Это и определило еще одно нередко используемое для него название инвариантный алгоритм [5, 6]. В случае двух измерителей этот алгоритм реализуется путем формирования разностного сигнала, для обработки которого используются различные фильтры, в том числе и фильтр Калмана, обеспечивающие решение задачи оценивания ошибок одного измерителя на фоне ошибок другого измерителя. Оценка искомого сигнала затем формируется путем соответствующей коррекции показаний одного из измерителей. Такая схема позволяет компенсировать недостатки одного измерителя за счет достоинств другого. В простейшем случае при обработке данных от скалярных измерителей синтез такого алгоритма в установленном режиме сводится к подбору постоянного коэффициента. Как известно [1, 2], определение углов ориентации, в частности угла тангажа и крена, по показаниям гироскопов может использоваться непродолжительное время: из-за дрейфа гироскопа происходит накапливание ошибок интегрирования. В случае использования показаний акселерометров возникает высокая чувствительность погрешностей углов ориентации к вибрациям и линейным ускорениям объекта. Таким образом, объединение этих измерителей в комплексную систему, используя положительные свойства каждого инерциального датчика, позволяет достичь более точного решения задачи ориентации, чем при использовании в отдельности.

Реализация комплементарного фильтра для определения углов крена и тангажа в этом случае будет представлена формулами (1), (2) [2]:

---

Научный руководитель: к. т. н. начальник отдела Колеватов А.П.

$$\vartheta_k = (1 - K) \cdot (\vartheta_{k-1} + \omega_{z,k} \cdot \Delta t) + K \cdot \arctg \frac{N_{x,k}}{\sqrt{N_{y,k}^2 + N_{z,k}^2}}, \quad (1)$$

$$\gamma_k = (1 - K) \cdot (\gamma_{k-1} + \omega_{x,k} \cdot \Delta t) + K \cdot \left( -\arctg \frac{N_{z,k}}{N_{y,k}} \right), \quad (2)$$

где  $\vartheta_k, \vartheta_{k-1}$  – оценки угла тангажа на текущем и на предыдущем тактах, соответственно;  $\gamma_k, \gamma_{k-1}$  – оценки угла крена на текущем и на предыдущем тактах, соответственно;  $\omega_{x,k}, \omega_{z,k}$  – проекции составляющей абсолютной угловой скорости объекта на продольную ( $X$ ) и поперечную ( $Z$ ) оси системы координат (СК), связанной с объектом (ССК), на текущем такте опроса;  $N_{x,k}, N_{y,k}, N_{z,k}$  – проекции кажущегося ускорения на оси ССК на текущем такте опроса;  $k$  – текущий такт опроса;  $K$  – коэффициент усиления фильтра;  $\Delta t$  – такт опроса инерциальных датчиков.

**Фильтр Маджвика.** Фильтр Маджвика обеспечивает двухмерное и трехмерное (с магнитометром) решения задачи ориентации. В основе фильтра лежит нахождение кватерниона ориентации объекта по показаниям акселерометров и магнитометра методом градиентного спуска и сравнение с кватернионом ориентации, полученным по показаниям гироскопов [3]. Результат алгоритма – кватернион ориентации ССК относительно навигационной СК (НСК), с помощью которого находятся углы Эйлера.

Согласно [3], реализация фильтра Маджвика представлена формулами (3) - (8)

$$\hat{q}_{est,k} = \hat{q}_{est,k-1} + \left( \dot{q}_{\omega,k} - \beta \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|} \right) \Delta t, \quad (3)$$

$$\nabla f = J^T(\hat{q}_{est,k-1}) f(\hat{q}_{est,k-1}, a, m), \quad (4)$$

$$f(\hat{q}_{est,k-1}, a, m) = \begin{bmatrix} f(\hat{q}_{est,k-1}, g, a) \\ f(\hat{q}_{est,k-1}, b, m) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$J(\hat{q}_{est,k-1}) = \begin{bmatrix} J(\hat{q}_{est,k-1}, g) \\ J(\hat{q}_{est,k-1}, b) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$f(\hat{q}_{est,k-1}, g, a) = \hat{q}_{est,k-1}^* \otimes g \otimes \hat{q}_{est,k-1} - a, \quad (7)$$

$$f(\hat{q}_{est,k-1}, b, m) = \hat{q}_{est,k-1}^* \otimes b \otimes \hat{q}_{est,k-1} - m, \quad (8)$$

где  $\hat{q}_{est,k}$  – оценка кватерниона ориентации ССК относительно НСК на текущем такте;  $\hat{q}_{est,k-1}$  – оценка кватерниона ориентации ССК относительно НСК на предыдущем такте;  $\dot{q}_{\omega,k}$  – кватернион ориентации, характеризующий поворот ССК относительно инерциальной СК (ИСК) на текущем такте и рассчитанный по показаниям гироскопа;  $\hat{q}_{est,k-1}^*$  – кватернион, сопряженный кватерниону  $\hat{q}_{est,k-1}$ ;  $\beta$  – коэффициент фильтра Маджвика;  $\nabla$  – оператор набла;  $f(\hat{q}_{est,k-1}, a, m)$  – целевая функция, определяемая выражениями (5), (7), (8);  $J(\hat{q}_{est,k-1})$  – блочная матрица, составленная из якобиана  $J(\hat{q}_{est,k-1}, g)$  целевой функции (7) и якобиана  $J(\hat{q}_{est,k-1}, b)$  целевой функции (8);  $g$  – кватернион, составленный по проекциям ускорения свободного падения на оси НСК;  $a$  – кватернион, составленный по проекциям кажущегося ускорения объекта на оси ССК и определяемый по показаниям акселерометров;  $b$  – кватернион, составленный по проекциям вектора напряженности магнитного поля на оси НСК;  $m$  – кватернион, составленный по проекциям вектора напряженности магнитного поля на оси ССК и определяемый по показаниям магнитометра.

**Неинвариантный фильтр Калмана в одномерном исполнении.** Модель линейной динамической системы в форме пространства состояний и измерений в дискретной форме для решения задачи ориентации предлагается представить в следующем виде

$$\alpha_k = \alpha_{k-1} + \omega_k \cdot \Delta t + w_k, \quad (9)$$

$$z_k = \alpha_k + v_k, \quad (10)$$

где  $\alpha$  – угол ориентации (угол тангажа или крена);  $\omega_k$  – составляющая абсолютной угловой скорости объекта, формируемая по показаниям гироскопа, выступающая как сигнал управления, на текущем такте опроса;  $w_k$  – белозумная составляющая дрейфа гироскопа;  $z_k$  – измерения угла ориентации, формируемые по показаниям акселерометра;  $v_k$  – белозумная составляющая погрешности акселерометра;  $k$  – текущий такт опроса.

В данном случае для вектора состояния  $x = [\alpha]$ , вектора управления  $u = [\omega]$  выражения для оценки угла ориентации будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{k/k-1} &= \hat{\alpha}_{k-1} + \omega_k \cdot \Delta t, \\ \hat{\alpha}_k &= \hat{\alpha}_{k-1} + K_k (z_k - \hat{\alpha}_{k-1} - \omega_k \cdot \Delta t), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $K_k$  – коэффициент усиления Калмана.

**Результаты натурального моделирования.** Было получено решение задачи ориентации с помощью исследуемых фильтров по данным телеметрии, полученной во время испытаний вертолета Ка-32, имеющего в качестве штатной навигационной системы систему СБКВ-ПМ производства ПАО «Пермской научно-производственной приборостроительной компании». Система СБКВ-ПМ относится к классу навигационных систем средней точности, построена на базе динамически-настраиваемых гироскопов типа ДНГ-9 (дрейф не более 0,15 град/час,  $ARW=0,182$  град/ $\sqrt{ч}$ ), маятниковых акселерометров типа А-15 (смещение нуля не более 400  $\mu g$ ,  $VRW=0,202$  м/с/ $\sqrt{ч}$ , магнитометрической системы типа МА-2 (погрешность магнитного курса не более 0,4 град). Бесплатформенный инерциальный модуль этой системы корректируется по спутниковой навигационной системе и магнитометру.

В соответствии с указанными параметрами шумовой составляющей погрешностей гироскопов ДНГ-9 и акселерометров А-15 для фильтра Калмана формировались соответствующие дисперсии шумов измерений и входных шумов; для комплементарного фильтра и фильтра Маджвика определялись соответствующие коэффициенты усиления. Коэффициент усиления комплементарного фильтра был получен по формуле, предложенной в работе [2], и составил 0,0015. Коэффициент усиления фильтра Маджвика был получен по формуле, предложенной в работе [3], составил 0,003.

Полет проходил по прямолинейной траектории с разворотом и возвращением в точку старта. Общая протяженность полета составила 60 км. Общее время полета составило 23 минуты. Результат решения задачи ориентации фильтрами сравнивался с углами ориентации, формируемыми СБКВ-ПМ.

Результаты моделирования приведены на рисунках 1-3 и в таблице 1.

Таблица 1

**Погрешности определения углов наклона комплементарным фильтром, фильтром Маджвика, фильтром Калмана**

Погрешность углов ориентации	Комплементарный фильтр	Фильтр Маджвика	Неинвариантный фильтр Калмана
Прямолинейный полет без выполнения виражей и линейных ускорений			
Ошибка тангажа, постоянное смещение, град	1,99	0,4	1,98
Ошибка тангажа, СКО, град	0,6	0,5	1,6
Ошибка крена, постоянное смещение, град	1,97	0,64	1,97
Ошибка крена, СКО, град	0,6	0,55	1,6
Полет при маневрировании объекта			
Ошибка тангажа, максимальное отклонение, град	37,2	55,7	18,1
Ошибка крена, максимальное отклонение на маневрах, град	20,1	94,2	33,5

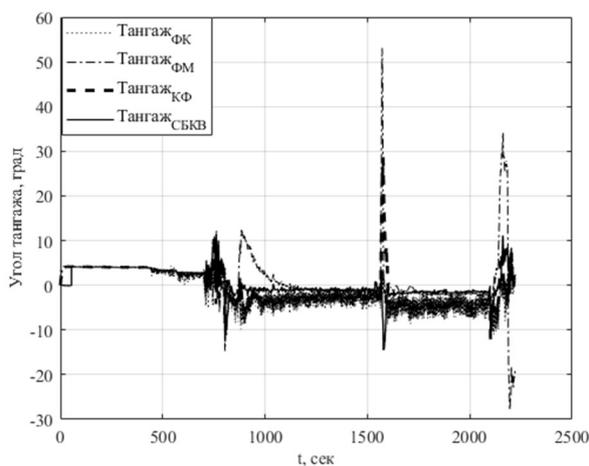


Рис. 1. Определение угла тангажа: ФК – фильтром Калмана, ФМ – фильтром Маджвика, КФ – комплементарным фильтром, СБКВ-ПМ – системой СБКВ-ПМ

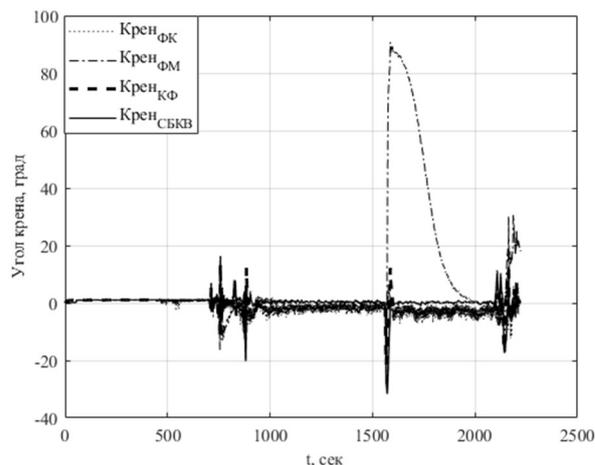


Рис. 2. Определение угла крена: ФК – фильтром Калмана, ФМ – фильтром Маджвика, КФ – комплементарным фильтром, СБКВ-ПМ – системой СБКВ-ПМ

По результатам моделирования при выбранных параметрах фильтров при прямолинейном полете лучшие результаты показал фильтр Маджвика, оценки углов ориентации которого имеют наименьшее постоянное смещение и среднеквадратическое отклонение от показаний системы СБКВ-ПМ. Худшие результаты показал алгоритм, использующий невариантный фильтр Калмана. Вероятно, его параметры были выбраны неудачно из-за того, что заданные характеристики погрешностей инерциальных датчиков не соответствовали их фактическим значениям в полете. Кроме того, возможной причиной указанных отличий является разная структура алгоритмов, порождающая разные схемы использования измерений. Однако на маневрах ошибки комплементарного фильтра и фильтра Калмана оказались примерно одинаковыми, наихудшие результаты показал фильтр Маджвика. Возможно причиной таких значительных погрешностей фильтра Маджвика является разброс показаний магнитометра на маневрах, показания которого принято отключать в этих условиях. Уровень возникших погрешностей на маневрах для всех фильтров достигает недопустимых значений. По результатам проведенного моделирования необходимо провести анализ источников и условий возникновения этих погрешностей, провести корректировку коэффициентов усиления и определить условия работы фильтров при высокой динамике движения объекта.

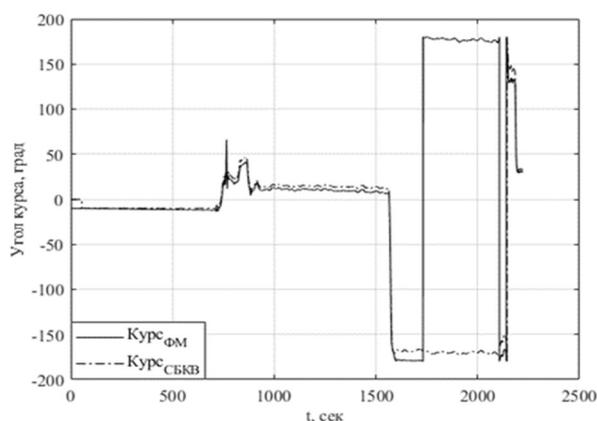


Рис. 3. Определение угла курса: ФМ – фильтром Маджвика, СБКВ-ПМ – системой СБКВ-ПМ

Преимущество фильтра Маджвика в том, что в его структуре предусмотрено выработка угла курса при наличии внешнего его измерения. Однако, согласно результатам натурального моделирования, погрешности определения угла курса оказываются очень значительными особенно при маневрировании объекта. Предполагаемая причина – появление ошибки магнитометра, вызванной маневром объекта: погрешность угла курса увеличивается с  $4^\circ$ , до маневра, к  $11^\circ$  после маневра (рисунок 3).

**Заключение.** В результате проведенной работы были исследованы решения задачи ориентации, полученные с помощью: комплементарного фильтра; фильтра Маджвика; неинвариантного фильтра Калмана в одномерном исполнении. Коэффициенты фильтров были рассчитаны теоретически на основе шумовых составляющих погрешностей инерциальных датчиков: гиро-

скопов и акселерометров. Результаты натурного моделирования работы фильтров по данным телеметрии, полученной с летных испытаний системы СБКВ-ПМ на вертолете Ка-32, показали, что лучшие результаты на прямолинейном полёте продемонстрировал фильтр Маджвика. Расчёты с помощью комплементарного фильтра и неинвариантного фильтра Калмана имеют примерно близкие по значениям погрешности определения углов ориентации результаты как при равномерном полете, так и на маневрах. Возникновение значительных погрешностей в условиях высокой динамики полета требует дополнительного анализа источников их возникновения.

Дальнейшая работа будет направлена на разработку методов определения коэффициентов фильтров, обеспечивающих определение углов ориентации с требуемой точностью.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Распопов, В. Я.** Микросистемная авионика: учебное пособие / В. Я. Распопов — "Гриф и К", 2010 — 248 с.
2. **Madgwick, Sebastian O.H.** An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays / Sebastian O.H. Madgwick // University of Bristol. — 2010.
3. **Матвеев, В.В.** Анализ комплементарных фильтров при построении бескардановой вертикали. – Т.: Известия ТулГУ. Технические науки. 2019. Вып. 8. С 156–157.
4. **Стрельцов, Д.С.** Сравнительный анализ фильтра Маджвика с классическим комплементарным фильтром / Д.С. Стрельцов // Навигация и управление движением. Материалы XXVI конференции молодых ученых "Навигация и управление движением". — Санкт-Петербург: ГНЦ РФ АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2024. — С. 79-81.
5. **Степанов О.А.** Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания / Изд. 4-е, исправленное и дополненное / О.А. Степанов. – СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2025. — С. 284-283.
6. **Brown R.G.** Integrated Navigation Systems and Kalman Filtering: A Perspective/ R. G. BROWN NAVIGATION: Volume 19, Issue 4, Pages: 295-392

S.A. Ostanina, T.A. Ulyanovskaya (PJSC “Perm Scientific-Industrial Instrument Making Company”, Perm). **Investigation of solutions to the problem of orientation of small-sized unmanned aerial vehicles obtained using a complementary filter, a Madgwick filter and a Kalman filter**

*Abstract.* The paper investigates the features of the orientation problem solution for small-sized unmanned aerial vehicles using a classical complementary filter, a Madgwick filter, and a non-invariant Kalman filter. The results of natural modeling of the filters' operation are presented using telemetry data obtained during the Ka-32 helicopter flight. The results of the orientation problem solution obtained using the filters are compared with the readings of the standard SBKV-PM navigation system for the Ka-32 helicopter.